

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision du raisonnement seront prises en compte dans la notation.

La calculatrice est autorisée.

Question de cours

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de \mathbb{R} , et a un point de I .

Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a .

Exercice 1.

En utilisant la limite d'une fonction composée que l'on explicitera, déterminer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x+3}{4x^2+1}}.$$

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur $D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 5}{x - 2}$. On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans un repère.

1. Sur quel(s) intervalle(s) f est-elle continue ?
2. Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. En déduire que \mathcal{C}_f admet une asymptote verticale \mathcal{D} , dont on donnera une équation.
4. Déterminer trois réels a , b et c tels que pour $x \in D_f$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$.
5. En déduire que \mathcal{C}_f admet pour asymptote oblique la droite \mathcal{D}' d'équation $y = x + 4$ au voisinage de $-\infty$ et au voisinage de $+\infty$.
6. Etudier la position de \mathcal{C}_f par rapport à son asymptote oblique sur $] -\infty; 2[$ et sur $]2; +\infty[$.
7. Dans un repère orthonormé, tracer \mathcal{C}_f ainsi que ses asymptotes \mathcal{D} et \mathcal{D}' , après avoir placé quelques points judicieusement choisis.

Exercice 3.

Soit f la fonction définie sur $[-1; 5]$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.

Sur l'intervalle $[-1; 5]$, le tableau de variations de f est le suivant :

x	-1	1	3	5
f	-18	2	-2	18

1. Combien l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle de solutions sur $[-1; 5]$? Justifier.
Donner un premier encadrement de chacune d'elles.
2. A l'aide de la calculatrice, donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution se trouvant dans l'intervalle $[1; 3]$.