

EXERCICE 1

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. $f'(0)$ est égal à 2 **Réponse B**
2. $f'(x)$ est positif sur l'intervalle $] -2 ; 2[$ **Réponse C**
3. Une équation de la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point D est $y = -x + 6,5$. **Réponse A**
4. Une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[-2 ; 11]$ est strictement croissante sur l'intervalle $[-2 ; 7,5]$ car f qui est sa dérivée est positive sur cet intervalle. **Réponse B**
5. La fonction $x \mapsto \ln[f(x)]$ est définie sur l'intervalle $[-2 ; 7,5]$ car la fonction f est strictement positive sur cet intervalle. **Réponse C**

EXERCICE 1

5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. **Réponse c**
2. **Réponse c**
3. **Réponse b**
4. **Réponse b**
5. **Réponse a**

EXERCICE 2

5 points

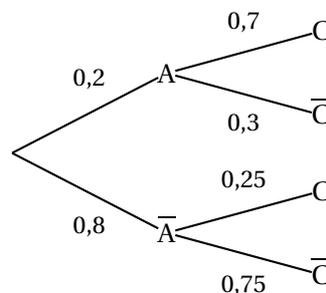
Commun à tous les candidats

1. a. D'après l'énoncé, $p(A) = 0,2$ donc $p(\bar{A}) = 0,8$, et $p(\bar{A} \cap \bar{C}) = 0,6$
- b. On cherche la probabilité de \bar{C} sachant \bar{A} :

$$p_{\bar{A}}(\bar{C}) = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{C})}{p(\bar{A})} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$$

Si un client n'achète pas l'appareil photo en promotion, la probabilité qu'il n'achète pas non plus la carte mémoire en promotion est de 0,75.

2. *Arbre pondéré*



3. Comme A et \bar{A} forment une partition de l'univers, on a, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 p(C) &= p(A \cap C) + p(\bar{A} \cap C) \\
 p(C) &= p(A) \times p_A(C) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(C) \\
 p(C) &= 0,2 \times 0,7 + 0,8 \times 0,25 \\
 p(C) &= 0,34
 \end{aligned}$$

La probabilité que le client achète la carte mémoire est de 0,34.

4. On cherche la probabilité de A sachant C :

$$p_C(A) = \frac{p(A \cap C)}{p(C)} = \frac{0,2 \times 0,7}{0,34} = \frac{7}{17} \approx 0,412$$

Si un client achète la carte mémoire, la probabilité qu'il achète l'appareil photo est de 0,412.

5. a. *Loi de probabilité*

Bénéfice par client en euros	0	4	30	34
Événement associé	$\bar{A} \cap \bar{C}$	$C \cap \bar{A}$	$\bar{C} \cap A$	$C \cap A$
Probabilité d'atteindre le bénéfice	0,6	0,2	0,06	0,14

- b. L'espérance vaut : $E = 0 \times 0,6 + 4 \times 0,2 + 30 \times 0,06 + 34 \times 0,14 = 7,36$.

Cela correspond au gain que le commerçant peut espérer faire pour un client.

Pour 100 clients entrant dans son magasin, le commerçant peut espérer un gain de 736 €.

6. L'événement contraire de « au moins un de ces trois clients n'achète pas l'appareil photo en promotion » est « les trois clients achètent l'appareil photo en promotion » donc

$$p = 1 - 0,2^3 = 0,992$$

La probabilité qu'au moins un de ces trois clients n'achète pas l'appareil photo en promotion est de 0,992.

EXERCICE 3

5 points

Commun à tous les candidats

1. a. La part, en 2007, du chiffre d'affaires du commerce équitable par rapport à celui du commerce de détail est de

$$\frac{210}{447\,000} \times 100 \approx 0,047$$

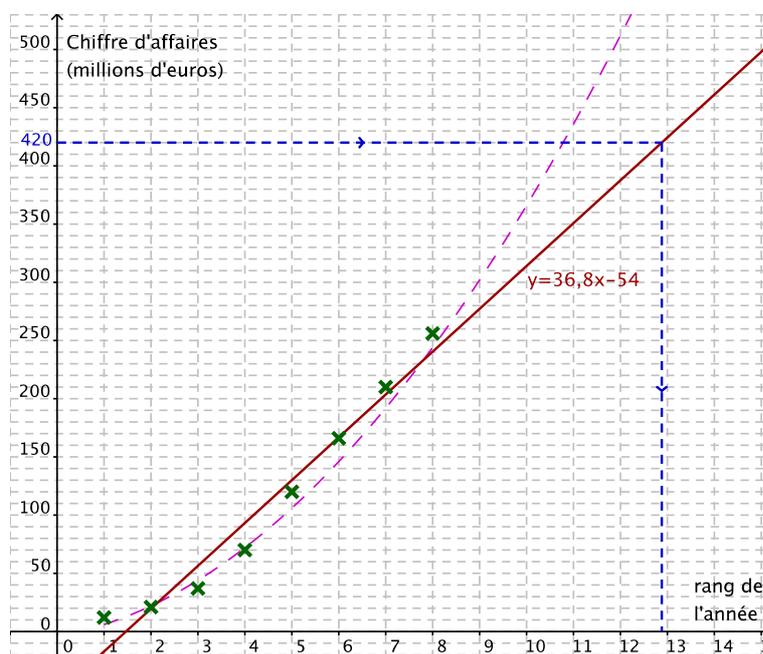
En 2007 en France, le chiffre d'affaires du commerce équitable représente 0,047 % du commerce de détail.

- b. Le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires entre 2005 et 2008 est égal à

$$\frac{256 - 120}{120} \times 100 \approx 113$$

Le chiffre d'affaires du commerce équitable en France a augmenté de 113 % entre 2005 et 2008.

2. a. *Nuage de points*



- b. La droite d'ajustement de y en x , par la méthode des moindres carrés, a pour équation $y = ax + b$ avec $a \approx 36,8$ et $b \approx -54,0$ en arrondissant au dixième, soit $y = 36,8x - 54$.
- c. Le chiffre d'affaires du commerce équitable dépassera le double de celui de 2007 lorsqu'il dépassera 420 millions d'euros. En s'appuyant sur l'ajustement affine précédent, cette condition sera vérifiée pour l'année de rang x tel que

$$36,8x - 54 \geq 420$$

$$36,8x - 54 \geq 474$$

$$x \geq 12,9$$

Cet événement arrive au cours de l'année de rang 12, c'est-à-dire au cours de l'année 2012.

Le chiffre d'affaires aura donc doublé celui de 2007 à partir de l'année de rang 13, c'est-à-dire à partir de 2013.

3. Selon l'ajustement parabolique, le chiffre d'affaires du commerce équitable dépassera le double de celui de 2007 pour les années de rang x tel que

$$3x^2 + 7x - 4 \geq 420$$

c'est-à-dire

$$3x^2 + 7x - 424 \geq 0$$

On cherche alors les valeurs de x pour lesquelles le trinôme ci-dessus est positif. Le discriminant du trinôme est égal à

$$\Delta = 49 + 4 \times 3 \times 424 = 5137$$

Les deux racines du trinôme sont

$$x_1 = \frac{-7 - \sqrt{5137}}{6} \approx -13,11 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-7 + \sqrt{5137}}{6} \approx 10,8$$

et le trinôme est positif pour $x \in]-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty[$. Or x est un nombre positif, donc la condition à vérifier est que le rang x de l'année soit supérieur à x_2 , soit environ 10,8.

Suivant l'ajustement parabolique, le chiffre d'affaires du commerce équitable aura doublé par rapport à 2007 au cours de l'année de rang 10, c'est-à-dire au cours de l'année 2010. Il aura donc au moins doublé à partir de l'année 2011.

EXERCICE 4

5 points

Commun à tous les candidats

Partie A

$$1. \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2}x + 4 = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{4} \ln(4x + 10) = \frac{3}{4} \ln 10 \\ \lim_{x \rightarrow 0} -3 \ln x = +\infty \end{array} \right\} \text{ donc } \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty}$$

On en déduit que la courbe \mathcal{C} admet une asymptote verticale d'équation $x = 0$ (l'axe des ordonnées).

2. f est dérivable sur $]0; 20]$ et pour $x \in]0; 20]$,

$$f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \frac{4}{4x + 10} - \frac{3}{x}$$

On simplifie puis on réduit au même dénominateur :

$$f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{1}{2x+5} - \frac{3}{x}$$

$$f'(x) = \frac{x(2x+5) + 3x - 3 \times 2(2x+5)}{2x(2x+5)}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 5x + 3x - 12x - 30}{2x(2x+5)}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 4x - 30}{2x(2x+5)}$$

Donc après simplification par 2, $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x(2x+5)}$.

3. On étudie le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]0 ; 20]$. Pour $x > 0$, x et $2x+5$ sont positifs, donc $f'(x)$ est du signe du trinôme $x^2 - 2x - 15$. On étudie le signe de ce trinôme à l'aide du discriminant.

$$\Delta = 4 + 4 \times 15 = 64 = 8^2$$

donc le trinôme a deux racines, $x_1 = \frac{2-8}{2} = -3$ et $x_2 = \frac{2+8}{2} = 5$, et on a :

$$x^2 - 2x - 15 > 0 \text{ pour } x \in]-\infty; -3[\cup]5; +\infty[$$

$$x^2 - 2x - 15 < 0 \text{ pour } x \in]-3; 5[$$

On en déduit que f est strictement décroissante sur l'intervalle $]0 ; 5]$, et strictement croissante sur l'intervalle $]5 ; 20]$.

On dresse le tableau de variations de f :

x	0	5	20
$f'(x)$		-	+
f	$+\infty$	$f(5)$	$f(20)$

Partie B

1. a. D'après la partie A, la fonction f est strictement décroissante sur $]0 ; 5]$ et strictement croissante sur $]5 ; 20]$. Elle atteint donc son minimum pour $x = 5$.

Le coût moyen de fabrication est minimal pour 5 000 objets produits.

- b. Le coût moyen minimal est $f(5)$. Or, $f(5) = \frac{5}{2} + 4 + \frac{3}{4} \ln(30) - 3 \ln 5$ et donc $f(5) \approx 4,22$.

Le coût minimal est de 4,22 €.

2. L'entreprise réalise un bénéfice lorsque le coût moyen de production est inférieur au prix de vente, c'est-à-dire lorsque $f(x) \leq 6$, donc lorsque $\alpha \leq x \leq \beta$.

L'entreprise réalise un bénéfice lorsque la production est comprise entre 1242 et 13311 objets.

3. Pour une production de 5 000 objets par jour, le coût de production est de $5000 \times f(5) \approx 21\,100$ €. Le prix de vente est de $5000 \times 6 = 30\,000$ €.

Le bénéfice réalisé est alors de $30\,000 - 21\,100 = 8\,900$ €.

Sur la vente de 5 000 objets, l'entreprise réalise un bénéfice de 8 900 €.

4. Le coût moyen augmente de 2 %, il est donc multiplié par 1,02, c'est-à-dire $1,02f(x)$.

Le prix de vente augmente également de 2 %, c'est donc $1,02 \times 6 = 6,12$ €.

Le bénéfice est $1,02 \times 6 - 1,02f(x) = 1,02(6 - f(x))$, ce qui correspond à 1,02 fois le bénéfice avant augmentation, ce qui correspond à une augmentation de 2 %.

Le bénéfice augmente donc également de 2 %.