

Exercice 1.

On note x le nombre cherché. L'énoncé se traduit par :

$$x + \frac{1}{x} = 5,2$$

On multiplie l'équation par x pour ne plus avoir de division par x . On obtient une équation du second degré :

$$x^2 + 1 = 5,2x$$

c'est-à-dire que x est solution de

$$x^2 - 5,2x + 1 = 0.$$

Cette équation implique un trinôme du second degré. On calcule ses racines. Le discriminant est égal à

$$\Delta = (5,2)^2 - 4 \times 1 = 23,04$$

On a $\Delta > 0$, donc le trinôme a deux racines. De plus, $\sqrt{\Delta} = \sqrt{23,04} = 4,8$. On calcule alors les deux racines :

$$x' = \frac{5,2 - 4,8}{2} = \frac{0,4}{2} = 0,2$$

et

$$x'' = \frac{5,2 + 4,8}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Le nombre choisi est donc soit 5, soit 0,2 (c'est-à-dire l'inverse de 5 puisque $\frac{1}{5} = 0,2$).

$$\mathcal{S} = \{0,2 ; 5\}$$

Exercice 2.

1. L'inéquation équivaut à :

$$\begin{aligned} \frac{x+4}{x-1} > \frac{x^2-2}{x-1} &\iff \frac{x+4}{x-1} - \frac{x^2-2}{x-1} > 0 \\ &\iff \frac{x+4 - (x^2-2)}{x-1} > 0 \\ &\iff \frac{x+4 - x^2 + 2}{x-1} > 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 6}{x-1} > 0 \end{aligned}$$

L'inéquation de départ équivaut donc à la nouvelle inéquation

$$\frac{-x^2 + x + 6}{x-1} > 0$$

qui est bien de la forme demandée avec

$$A = -x^2 + x + 6$$

et

$$B = x - 1.$$

2. (a) La double barre dans la dernière ligne signifie que 1 est une valeur interdite pour la fonction, puisque le dénominateur $x - 1$ ne doit pas s'annuler.
 (b) Pour compléter le tableau, il faut d'abord déterminer les nombres qui annulent $-x^2 + x + 6$, c'est-à-dire les racines du trinôme. On calcule le discriminant :

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - 4 \times (-1) \times 6 \\ &= 1 + 4 \times 6 \\ &= 1 + 24 \\ &= 25 \end{aligned}$$

Ainsi, $\Delta > 0$ et $\Delta = 5^2$. Il y a donc deux racines, qu'on calcule :

$$x' = \frac{-1 - 5}{-2} = 3 \quad \text{et} \quad x'' = \frac{-1 + 5}{-2} = -2$$

et comme $a = -1$ est négatif, le signe du trinôme est donné par :

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$-x^2 + x + 6$	$-$	\emptyset	$+$	\emptyset	$-$

Par ailleurs, on sait que $x - 1$ est négatif pour $x < 1$, et positif lorsque $x > 1$. On obtient alors le tableau de signe complet en intercalant les valeurs critiques -2 , 1 et 3 :

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$		
$-x^2 + x + 6$	$-$	\emptyset	$+$	\emptyset	$-$		
$x - 1$	$-$	$-$	\emptyset	$+$	$+$		
$\frac{-x^2 + x + 6}{x-1}$	$-$	\emptyset	$+$	\parallel	$-$	\emptyset	$+$

Dans ce tableau, la dernière ligne a été obtenue en utilisant la règle des signes.

- (c) L'ensemble des solutions de l'inéquation de départ est l'ensemble des nombres pour lesquels la fraction $\frac{-x^2 + x + 6}{x-1}$ est de signe strictement positif. D'après le tableau de signes, on a donc :

$$\mathcal{S} =] - 2 ; 1[\cup] 3 ; +\infty[$$

Exercice 3.

1. et 2. Pour déterminer les éléments caractéristiques de chacune des deux séries, on commence par les trier par ordre croissant. On obtient, pour la série des hommes :

17	29	29	30	31	35	35	36	37	37	38	39	40	45	49
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

et pour la série des femmes :

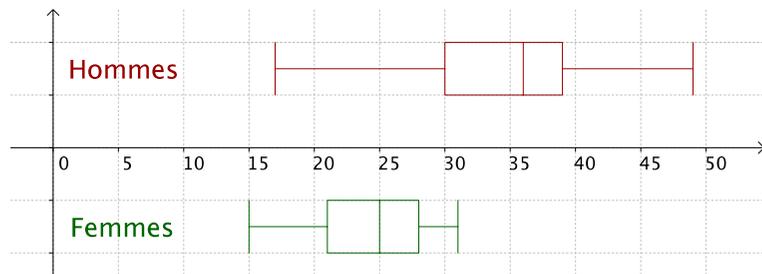
15	18	20	21	22	22	22	25	27	27	28	28	28	31	31
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Les séries comportent 15 valeurs. La médiane est donc dans chaque cas la 8^e valeur. Elle vaut 36 pour les hommes, et 25 pour les femmes.

Le premier quartile est la plus petite valeur de la série qui est plus grande qu'au moins un quart des valeurs. Or, un quart de 15 valeurs représente 4 valeurs (puisque $\frac{15}{4} = 3,75$). Le premier quartile est donc la 4^e valeur de chaque série. C'est 30 pour les hommes, et 21 pour les femmes.

Enfin, $\frac{3}{4} \times 15 = 11,25$, donc le troisième quartile correspond à la 12^e valeur de la série. On a donc $Q_3 = 39$ pour les hommes et $Q_3 = 28$ pour les femmes.

3. Représentation :



4. **Comparaison** : Dans pratiquement les trois quarts des pays de l'UE, il y a plus d'hommes qui fument que dans le pays dans lequel le pourcentage de femmes qui fument est le plus élevé.

Les statistiques concernant les femmes sont plus régulières que celles concernant les hommes : l'étendue de la série est égale à 16, contre 32 pour la série des hommes.

L'intervalle interquartiles est en revanche sensiblement de la même amplitude pour les hommes et pour les femmes : $[21; 28]$ (amplitude 7) pour les femmes, contre $[30; 39]$, amplitude 9 pour les hommes.

Les valeurs minimales sont presque les mêmes pour les deux séries (17 pour les hommes et 15 pour les femmes), même si elles ne sont pas atteintes pour les mêmes pays (respectivement Suède et Portugal). En revanche, il y a une disparité beaucoup plus grande entre hommes et femmes lorsqu'on considère les valeurs maximales : 49 pour les hommes contre 31 pour les femmes.

Exercice 4.

Dans un histogramme, c'est l'aire des rectangles qui est proportionnelle à l'effectif. Ici, les histogrammes demandés sont à **pas non constant**, puisque les différentes classes d'âge ont des amplitudes différentes : 15 ans pour la première classe d'âge, 50 ans pour la deuxième, et 45 ans pour la dernière. Ce n'est donc pas la hauteur des rectangles qui représentera l'effectif.

On choisit comme échelle : un rectangle d'aire 1 représente 1 %, c'est-à-dire qu'on décide que l'aire du rectangle sera égale à l'effectif de la classe en question. Tout le problème consiste à déterminer la hauteur des rectangles associés à chaque classe. Or, on en connaît l'aire \mathcal{A} (c'est l'effectif), et on en connaît la largeur L , puisque c'est l'amplitude de la classe d'âge en question.

Par exemple, pour la population française, la classe d'âge 0–15 ans est d'amplitude 15, et d'effectif 20 %. Cela signifie que le rectangle associé a pour largeur $L = 15$, et pour aire $\mathcal{A} = 20$. Sa hauteur est donc donnée par $h = \frac{\mathcal{A}}{L} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$.

On procède de même pour toutes les classes d'âge, pour la population française et pour la population kenyane. Les résultats sont résumés par les tableaux suivants :

Classe d'âge (France)	0–15 ans	15–65 ans	65–110 ans
Largeur du rectangle (L)	15	50	45
Aire du rectangle (\mathcal{A})	20	65	15
Hauteur du rectangle ($h = \frac{\mathcal{A}}{L}$)	1,33	1,3	0,33

Classe d'âge (Kenya)	0–15 ans	15–65 ans	65–110 ans
Largeur du rectangle (L)	15	50	45
Aire du rectangle (\mathcal{A})	52	47	2
Hauteur du rectangle ($h = \frac{\mathcal{A}}{L}$)	3,47	0,94	0,04

On construit alors les histogrammes associés, pour la France (à gauche) et pour le Kenya (à droite), qui mettent en évidence les disparités de la répartition de la population dans ces deux pays.

