

Exercice 1.

Dans chaque cas, indiquer si l'information donnée sur la fonction f permet d'en déduire l'existence d'une asymptote à la courbe de f . Si c'est le cas, préciser la nature de l'asymptote (verticale ou horizontale) et son équation.

(a) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -\infty$

(f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

(h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

(d) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$

(i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(j) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

Exercice 2.

Calculer les limites suivantes. Lorsque cela est possible, en déduire d'éventuelles asymptotes.

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - 3 + \frac{1}{x^3}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x^2}$

(b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} 2x - 3 + \frac{1}{x^3}$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5 + \frac{3}{x+3}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x - 3 + x^2$

(f) $\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x > -3}} 5 + \frac{3}{x+3}$

Exercice 3.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par

$$f(x) = -x + 3 + \frac{2}{x-1}$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

1. Etudier les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$ et en 1 (on distinguera la limite à gauche et la limite à droite).
2. Justifier que \mathcal{C} admet une asymptote verticale d et une asymptote oblique d' , dont on donnera les équations.
3. Etudier la position de \mathcal{C} par rapport à son asymptote oblique d' .

Exercice 4.

f est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 5}{x-2}$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

1. Vérifier que pour tout réel $x \neq 2$,

$$f(x) = x + 1 - \frac{3}{x-2}$$

2. Etudier les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$ et en 2 (on réfléchira à utiliser la forme de f la plus pratique pour chaque calcul de limite).
3. Justifier que \mathcal{C} admet une asymptote verticale d et une asymptote oblique d' , dont on donnera les équations respectives.
4. Etudier la position de f par rapport à son asymptote d' .
5. Dans un repère, tracer les asymptotes d et d' , puis la courbe \mathcal{C} .