

Questions de cours

- a) $a = 5,490261 \times 10^4$ et $b = 4,9305 \times 10^{-3}$.
 b) $\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \boxed{7\sqrt{2}}$.

Exercice 1. On considère $A = (3x - 2)^2 - 16^2$.

- $A = (3x - 2)^2 - 16^2 = 9x^2 - 12x + 4 - 256 = \boxed{9x^2 - 12x - 252}$.
- $A = (3x - 2)^2 - 16^2 = (3x - 2 - 16)(3x - 2 + 16) = (3x - 18)(3x + 14)$, donc en mettant 3 en facteur, $\boxed{A = 3(x - 6)(3x + 14)}$.
- On utilise la forme factorisée de A . $A = 0$ équivaut à $3(x - 6)(3x + 14) = 0$. Ce produit est nul si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul. On a donc

$$\begin{array}{ccc} x - 6 = 0 & \text{ou} & 3x + 14 = 0 \\ \boxed{x = 6} & \text{ou} & \boxed{x = -\frac{14}{3}} \end{array}$$

Les solutions de l'équation $A = 0$ sont 6 et $-\frac{14}{3}$.

Exercice 2.

$$B = \frac{3\sqrt{45}}{6\sqrt{20}} = \frac{3\sqrt{9 \times 5}}{6\sqrt{4 \times 5}} = \frac{3 \times 3\sqrt{5}}{6 \times 2\sqrt{5}} = \frac{3}{2 \times 2} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

$$C = \frac{3 + \frac{2}{3}}{5 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{24}{5}} = \frac{11}{3} \times \frac{5}{24} = \boxed{\frac{55}{72}}$$

Exercice 3.

1. On commence par factoriser :

$$\begin{aligned} (7x - 3)(11x + 1) - 2(7x - 3) &= 0 \\ (7x - 3)(11x + 1 - 2) &= 0 \\ (7x - 3)(11x - 1) &= 0 \end{aligned}$$

Cette équation produit est nulle si et seulement si $7x - 3 = 0$ ou $11x - 1 = 0$,

ssi $\boxed{x = \frac{3}{7}}$ ou $\boxed{x = \frac{1}{11}}$. Les solutions de l'équation sont donc $\frac{3}{7}$ et $\frac{1}{11}$.

2. On factorise le membre de gauche en reconnaissant une différence de deux carrés :

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 - (x + 1)^2 &= 1 \\ (x + 2 - (x + 1))(x + 2 + x + 1) &= 1 \\ (x + 2 - x - 1)(2x + 3) &= 1 \\ 1 \times (2x + 3) &= 1 \end{aligned}$$

Le premier facteur étant égal à 1, l'équation se réduit à $2x + 3 = 1$ c'est-à-dire $2x = -2$ d'où $\boxed{x = -1}$. L'unique solution de l'équation est donc -1 .

Problème

- L'aire d'un triangle rectangle est la moitié de l'aire du rectangle, donc $\mathcal{A}_{EFG} = \frac{ED \times EF}{2}$.
- (a) AMQ est un triangle rectangle en A avec $AM = a$ et $AQ = 5 - a$, donc $\mathcal{A}_{AMQ} = \frac{AM \times AQ}{2} = \frac{a(5 - a)}{2}$. De la même manière, $\mathcal{A}_{BMN} = \frac{(7 - a)a}{2}$, $\mathcal{A}_{CNP} = \frac{(5 - a)a}{2}$ et $\mathcal{A}_{DPQ} = \frac{(7 - a)a}{2}$.
- (b) L'aire X de la partie hachurée est égale à l'aire du rectangle $ABCD$, moins l'aire de chacun des 4 triangles rectangles AMQ , BMN , CNP et DPQ . On a donc

$$\begin{aligned} X &= 5 \times 7 - \left(\frac{a(5 - a)}{2} + \frac{a(7 - a)}{2} + \frac{a(7 - a)}{2} + \frac{a(5 - a)}{2} \right) \\ &= 35 - (a(5 - a) + a(7 - a)) \\ &= 35 - (5a - a^2 + 7a - a^2) \\ &= 35 - (-2a^2 + 12a) \\ &= 2a^2 - 12a + 35. \end{aligned}$$

- (a) On calcule, pour $a = 1$:
 $X(1) = 2 \times 1 - 12 \times 1 + 35 = 2 - 12 + 35 = \boxed{25}$, et pour $a = \frac{5}{2}$:
 $X\left(\frac{5}{2}\right) = 2 \times \frac{25}{4} - 12 \times \frac{5}{2} + 35 = \frac{25}{2} - 30 + 35 = \frac{25}{2} + 5 = \boxed{\frac{35}{2}}$.
- (b) On résout l'équation $X = 17$, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} 2a^2 - 12a + 35 &= 17 \\ 2a^2 - 12a + 18 &= 0 \\ 2(a^2 - 6a + 9) &= 0 \quad (\text{on met 2 en facteur}) \\ 2(a - 3)^2 &= 0 \quad (\text{première identité remarquable}) \end{aligned}$$

Cette équation a pour unique solution $\boxed{a = 3}$. Si $a = 3$, l'aire X est égale à 17 cm^2 .