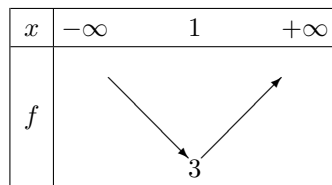


Question de cours

La fonction f admet un minimum, atteint en $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times 2} = \frac{4}{4} = 1$, et qui vaut $f(1) = 2 - 4 + 5 = 3$.

D'où :



Exercice 1.

1. (a) $x+4$ et $x+1$ sont deux nombres positifs. De plus, $x+4 > x+1$, et la fonction inverse est décroissante sur $]0; +\infty[$, donc $\frac{1}{x+4} < \frac{1}{x+1}$.

- (b) Comme x est négatif, $x-5$ et $x-\sqrt{10}$ sont deux nombres négatifs. De plus, $x-5 < x-\sqrt{10}$, et la fonction inverse est décroissante sur $] -\infty; 0[$, donc

$$\frac{1}{x-5} > \frac{1}{x-\sqrt{10}}.$$

2. Comme conseillé, on calcule A^2 et B^2 .

D'une part,

$$A^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = 2 + 2\sqrt{2}\sqrt{7} + 7 = 9 + 2\sqrt{14}$$

D'autre part, $B^2 = (\sqrt{8 + 2\sqrt{14}})^2 = 8 + 2\sqrt{14}$.

On observe donc que $B^2 < A^2$.

Or, A et B sont deux nombres positifs, et la fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$, donc les carrés de deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que les nombres de départ.

On en déduit que $B < A$.

Exercice 2.

1. $B(x) = R(x) - C(x) = 20,1x - 0,3x^2 - (60 - 0,3x)$

$$\text{donc } B(x) = -0,3x^2 + 20,4x - 60.$$

2. On développe :

$$\begin{aligned} -0,3(x-34)^2 + 286,8 &= -0,3(x^2 - 68x + 1156) + 286,8 \\ &= -0,3x^2 + 20,4x - 60 = B(x) \end{aligned}$$

Donc une autre expression de $B(x)$ est $B(x) = -0,3(x-34)^2 + 286,8$.

3. La forme démontrée en 2. pour $B(x)$ correspond à la forme canonique. On en déduit que B admet un maximum (car $-0,3$ est négatif) atteint en $x = 34$ et qui vaut $286,8$, ce qui s'interprète par : le bénéfice maximal vaut $286,80 \text{ €}$,

il est atteint pour une production de 34 objets.

Exercice 3.

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\} =]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$.
- $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$.
- $\mathcal{D}_h = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\} =]-\infty; \frac{2}{3}[\cup]\frac{2}{3}; +\infty[$.
- $\mathcal{D}_k = \mathbb{R} \setminus \{0\} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

Exercice 4.

- $$\begin{aligned} (3+5x)^2 - (4x-7)(3+5x) &= 0 \\ (3+5x)[3+5x - (4x-7)] &= 0 \\ (3+5x)(3+5x-4x+7) &= 0 \\ (3+5x)(x+10) &= 0 \end{aligned}$$

On résout l'équation-produit :

$$\begin{aligned} 3+5x &= 0 & \text{ou} & & x+10 &= 0 & \text{donc} & & \mathcal{S} = \left\{-10; -\frac{3}{5}\right\} \\ x &= -\frac{3}{5} & & & x &= -10 & & & \end{aligned}$$

- (a) On se ramène à une équation à second membre nul, puis on factorise le membre de gauche pour obtenir une équation-produit.

$$\begin{aligned} (7x+1)^2 &= (4-8x)^2 \\ (7x+1)^2 - (4-8x)^2 &= 0 \\ [7x+1 - (4-8x)][7x+1 + 4-8x] &= 0 \\ (15x-3)(-x+5) &= 0 \end{aligned}$$

- (b) On résout alors l'équation-produit :

$$\begin{aligned} 15x-3 &= 0 & \text{ou} & & -x+5 &= 0 & \text{donc} & & \mathcal{S} = \left\{\frac{1}{5}; 5\right\} \\ x &= \frac{1}{5} & & & x &= 5 & & & \end{aligned}$$

-

$$\begin{aligned} x^2 - 1 + (x-1)(4x+3) &= 0 \\ (x-1)(x+1) + (x-1)(4x+3) &= 0 \\ (x-1)[x+1+4x+3] &= 0 \\ (x-1)(5x+4) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-1 &= 0 & \text{ou} & & 5x+4 &= 0 & \text{donc} & & \mathcal{S} = \left\{-\frac{4}{5}; 0\right\} \\ x &= 1 & & & x &= -\frac{4}{5} & & & \end{aligned}$$