

**Exercice 1.**

$$\begin{aligned}
 A(x) &= (16x - 49)^2 - (4x - 25)^2 \quad (\text{on reconnaît } a^2 - b^2) \\
 &= [(16x - 49) - (4x - 25)][(16x - 49) + (4x - 25)] \\
 &= (16x - 49 - 4x + 25)(16x - 49 + 4x - 25) \\
 &= (12x - 24)(20x - 74) \\
 &= 12(x - 2)(20x - 74) \quad (\text{on met 12 en facteur dans le premier terme}) \\
 &= 24(x - 2)(10x - 37) \quad (\text{on met 2 en facteur dans le deuxième terme})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B(x) &= x^2 - 2x + 1 + (3x + 4)(x - 1) \\
 &= (x - 1)^2 + (3x + 4)(x - 1) \quad (\text{deuxième identité remarquable}) \\
 &= (x - 1)[(x - 1) + (3x + 4)] \quad (\text{on met } (x - 1) \text{ en facteur}) \\
 &= (x - 1)(x - 1 + 3x + 4) \\
 &= (x - 1)(4x + 3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C(x) &= (19x - 17)^2 + (11 - 2x)(17 - 19x) \\
 &= (19x - 17)^2 - (11 - 2x)(19x - 17) \quad (\text{on reconnaît un facteur commun}) \\
 &= (19x - 17)[(19x - 17) - (11 - 2x)] \\
 &= (19x - 17)(19x - 17 - 11 + 2x) \\
 &= (19x - 17)(21x - 28) \\
 &= 7(19x - 17)(3x - 4) \quad (\text{on met 7 en facteur dans le deuxième terme})
 \end{aligned}$$

**Exercice 2.** a) En utilisant la forme factorisée de  $A(x)$ , l'équation  $A(x) = 0$  équivaut à  $24(x - 2)(10x - 37) = 0$ . Ce produit est nul si et seulement si

$$\begin{array}{ll}
 x - 2 = 0 & \text{ou} \quad 10x - 37 = 0 \\
 x = 2 & \text{ou} \quad x = \frac{37}{10}.
 \end{array}$$

b) On commence par factoriser l'expression  $60x + 9x^2 + 100$ . On reconnaît un carré parfait (première identité remarquable) :  $60x + 9x^2 + 100 = (3x + 10)^2$ . Par conséquent, l'équation  $60x + 9x^2 + 100 = 0$  équivaut à  $(3x + 10)^2 = 0$ , qui équivaut à  $3x = -10$ , c'est-à-dire  $x = -\frac{10}{3}$ .

c) On transpose tous les termes dans le membre de gauche, puis on factorise pour se ramener à une équation-produit. L'équation équivaut à  $5(3x - 1) - x(3x - 1) = 0$  puis  $(3x - 1)(5 - x) = 0$  en mettant  $3x - 1$  en facteur. Ce produit est nul si et seulement  $3x - 1 = 0$  ou  $5 - x = 0$ , c'est-à-dire  $x = \frac{1}{3}$  ou  $x = 5$ .

**Exercice 3.** a)

$$\begin{aligned}
 D &= (2\sqrt{5} - 3)(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 \\
 &= 2\sqrt{15} + 2 \times 5 - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - (3 + 2\sqrt{15} + 5) \\
 &= 2\sqrt{15} + 10 - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - 3 - 2\sqrt{15} - 5 \\
 &= 2 - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E &= (1 - \sqrt{2})(5\sqrt{2} + 3) + (1 - \sqrt{2})^2 \\
 &= 5\sqrt{2} + 3 - 5 \times 2 - 3\sqrt{2} + (1 - 2\sqrt{2} + 2) \\
 &= -7 + 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} + 2 \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{3}{\sqrt{5} - 2} & G &= \frac{x}{4 - \sqrt{7}} \\
 &= \frac{3(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} & &= \frac{x(4 + \sqrt{7})}{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})} \\
 &= \frac{3\sqrt{5} + 6}{5 - 4} & &= \frac{4x + x\sqrt{7}}{16 - 7} \\
 &= 6 + 3\sqrt{5} & &= \frac{4x}{9} + \frac{x\sqrt{7}}{9}
 \end{aligned}$$

**Exercice 4.** On calcule d'abord la différence :

$$\frac{3}{56} - \frac{3}{24} = \frac{3}{56} - \frac{1}{8} = \frac{3}{56} - \frac{7}{56} = -\frac{4}{56} = -\frac{1}{14}.$$

Puis on effectue

$$H = 3 - \left( \frac{3}{56} - \frac{3}{24} \right) = 3 - \left( -\frac{1}{14} \right) = 3 + \frac{1}{14} = \frac{42}{14} + \frac{1}{14} = \frac{43}{14}.$$

De même,

$$\frac{4}{14} + \frac{2}{8} = \frac{2}{7} + \frac{1}{4} = \frac{8}{28} + \frac{7}{28} = \frac{15}{28}.$$

D'où

$$J = \frac{1}{\frac{4}{14} + \frac{2}{8}} = \frac{1}{\frac{15}{28}} = \frac{28}{15}.$$

Pour finir,

$$K = \frac{\frac{3}{2} - \frac{5}{3}}{-\frac{7}{7} + 1} = \frac{\frac{9 - 10}{6}}{\frac{-3 + 7}{7}} = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{4}{7}} = -\frac{1}{6} \times \frac{7}{4} = -\frac{7}{24}.$$