

北京化工大学 2019 — — 2020 学年第1学期 《线性代数(I)》补考考试试卷

课程代码	M	A	T	1	1	6	0	0	T
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

班级 : _____ 姓名 : _____ 学号 : _____ 任课教师 : _____

题号	Exercice 1	Exercice 2	Problème 1	总分	阅卷教师
得分					

L'usage de documents n'est pas autorisé.

Exercice 1 *Cours*

Énoncer puis démontrer le **Théorème du rang**.

Exercice 2 Discuter et résoudre suivant les valeurs des réels λ et a :

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + t = \lambda \\ 2x + y - z = \lambda - 1 \\ 5x + 4y - 2z = 2\lambda \\ (\lambda + 2)x + (\lambda + 2)y - z = 3\lambda + a \\ 3x - z + 3t = -\lambda^2 \end{cases}$$

Problème 1 Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $A = (a_{i,j}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

- 1- Rappeler la définition de la trace de A , $\text{tr}(A)$.
- 2- Montrer que tr est une application linéaire de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ dans \mathbb{R} .
- 3- Soient A et B deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Montrer que

$$\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$$

- 4- Soient $P \in \mathcal{GL}_n(\mathbb{R})$, montrer que

$$\text{tr}(P^{-1}AP) = \text{tr}(A)$$

- 5- Montrer que l'équation $AB - BA = I_n$, d'inconnues A et $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ n'admet aucune solution.
- 6- Montrer que $\{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) / \text{tr}(A) = 0\}$ est un \mathbb{R} -espace vectoriel, dont on donnera la dimension.