

M 31 Résonance

- **Commentaires du jury :** « Le lien qui existe entre la largeur de la résonance d'un oscillateur et la durée du régime transitoire est souvent ignoré par les candidats. Des phénomènes non linéaires ou paramétriques pourraient également être abordés. Les critères de détermination expérimentale de la fréquence de résonance ne sont pas toujours pertinents. La notion de facteur de qualité ou un équivalent est trop souvent absente. »
- **Introduction**
 - Définition : La résonance est le phénomène physique selon lequel certains systèmes physiques vont (après un régime transitoire) emmagasiner une quantité importante d'énergie lorsqu'on les excite à leur(s) fréquence(s) propre(s) par rapport aux autres fréquences qui seront en relatif très atténuées.
 - Illustration avec la fréquence d'oscillation des jambes des personnes de petite et de grande taille.
 - Cette définition peut être illustrée par l'expérience avec deux diapasons accordés à 440 Hz, s'il l'on excite un diapason que l'on met proche d'un deuxième alors ce deuxième va aussi emmagasiner de l'énergie à cette fréquence, si on en désaccorde le premier alors le deuxième ne pourra plus être excité.
 - Comme nous allons le voir au cours de ce montage les phénomènes de résonance sont présent dans de nombreux domaine de la physique. Nous allons commencer par la résonance électrique qui va nous permettre d'introduire les différentes caractéristiques des résonances.

I. La résonance électrique : le circuit RLC

- Utilisation d'un GBF pour éviter les chutes de tension à la résonance
- Justification des choix des composants : tels que ω_0 ne soit pas trop élevé afin de ne pas avoir l'apparition de résistances parasites, d'effet de peau et de non linéarité de l'AOP. Pour le montage on a choisi : $C = 470 \text{ nF}$; $L = 60 \text{ mH}$; $r_b = 5,2 \Omega$ et une boîte à décade de résistance R.
- Introduction des grandeurs utilisées au cours du montage :
 - $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 947 \text{ Hz}$
 - $R_T = R + r_b$
 - $Q = \frac{1}{R_T} \sqrt{\frac{L}{C}}$
 - $A = R \sqrt{\frac{C}{L}}$

1. Résonance en courant (\Leftrightarrow *en position*)

- Réponse à un échelon du système pour différentes valeurs du coefficient de qualité, plus le coefficient de qualité est élevé moins le système est amorti et plus il y a d'oscillations augmentant par conséquent le temps de réponse. (Un système trop amorti a un temps de réponse élevé également... pour optimiser le temps de réponse il faut jouer sur le paramètre $\frac{\omega_0}{Q}$). Illustration de l'utilité de l'AOP pour rendre indépendant les eux circuits (sinon le créneau en entré n'est plus vraiment un créneau).
- Tracé qualitatif du diagramme de bode grâce au mode modulation du GBF pour différentes valeurs de facteur de qualité. On remarque que le facteur de qualité a pour influence

uniquement d'affiner et augmenter l'importance de la résonance (la fréquence à laquelle il y a résonance reste toujours la même).

- Tracé quantitatif du diagramme de bode via le générateur d'impulsion sous Igor pour une valeur du facteur de qualité (d'autres tracés ont été effectués au préalable en préparation). Pour chaque valeur du coefficient de qualité on mesure sur le diagramme de bode la fréquence de résonance ainsi que la largeur à -3dB pour en déduire le facteur de qualité. On trace la droite $\frac{1}{Q} = f(R) = a + bR$ on s'attend à une dépendance linéaire puisque $\frac{1}{Q} = (R + r_b) \sqrt{\frac{C}{L}}$.

COURBE IGOR ICI

En utilisant les trois équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 980\text{Hz (mesuré)} \\ a = r_b \sqrt{\frac{C}{L}} \\ b = \sqrt{\frac{C}{L}} \end{array} \right.$$

On remonte à $r_{b,mes} = 13 \pm 4\Omega$; $L_{mes} = 60 \pm 1\text{mH}$; $C_{mes} = 438 \pm 10\text{nF}$. La valeur de la résistance interne de la bobine ne correspond pas à celle mesurée statiquement, ceci est liée à l'effet de peau qui n'est plus totalement négligeable aux alentours de 1kHz.

2. Résonance en tension (\Leftrightarrow en position)

- Tracé qualitatif du diagramme de bode grâce au mode vobulation du GBF pour différentes valeurs de facteur de qualité. La résonance est de moins en moins importante lorsque l'on diminue le facteur de qualité de plus elle a lieu à une fréquence de plus en plus faible lorsque l'on diminue le facteur de qualité. Lorsque le coefficient de qualité devient trop faible la résonance disparaît totalement.
- Tracé quantitatif du diagramme de bode via le générateur d'impulsion sous Igor pour une valeur du facteur de qualité (d'autres tracés ont été effectués au préalable en préparation). Pour chaque valeur du coefficient de qualité on mesure sur le diagramme de bode la fréquence de résonance qui est sensée avoir lieu à la fréquence $f_r = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$. On trace donc la droite $f_r^2 = f(R_r^2) = a + bR_r^2$ on s'attend une fois de plus à avoir un droite dont on peut extraire la fréquence propre de notre circuit (via ordonné où la courbe coupe l'axe des ordonnées) et la valeur du facteur de qualité à partir duquel il n'y a plus résonance (via l'abscisse où la courbe coupe l'axe de abscisses).

On remonte à $f_{0,extrapolé} = 978 \pm 5\text{Hz}$; $Q_{lim} = 0,70 \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$

Résonance en tension utilisé en électronique pour générer de grandes tensions (montage bouchon par exemple) ou courant pour effectuer des tests sur des matériaux ou créer des arcs électriques.

NB : La résonance en position n'est pas une « vraie » résonance si l'on se considère la définition de l'introduction (le système n'absorbe pas un maximum d'énergie à sa fréquence propre. Cependant lorsque le facteur de qualité est suffisamment élevé on peut considérer que la fréquence de résonance est confondu avec la fréquence propre du système (comme cela va être le cas pour le prochain système étudié : le diapason)

II. La résonance mécanique : le diapason (\Leftrightarrow en position)

1. Influence de la caisse de résonance sur le facteur de qualité

Etude de la réponse impulsionnelle du diapason (équivalent à un Dirac dans le domaine temporel donc dans le domaine fréquentielle à une fenêtre infinie) acquisition sur l'oscilloscope puis sur Igor pour tracer le spectre de la réponse impulsionnelle. On mesure la fréquence de résonance ainsi que la largeur à -3dB pour en déduire le facteur de qualité. On effectue l'étude dans différents cas : le diapason sur sa caisse de résonance ($Q = 2930 \pm 1950$), le diapason sur un support aillant une fréquence propre loin de 440HZ ($Q = 5490 \pm 690$) et sur le même support mais isolé de la table avec une mousse ($Q = 7320 \pm 800$).

\Rightarrow Le facteur de qualité Q dépend ici du couplage avec l'extérieur (on peut faire l'analogie avec la résistance de la boite à dans la partie sur la résonance électrique).

- Remarque : l'incertitude sur le premier facteur de qualité est énorme car la mesure à été faites los du passage, il n'y avait donc pas le temps de faire une acquisition sur 3 minutes pour augmenter la résolution en fréquence (ce qui a été fait pour les autres mesures).

2. Influence de la qualité du diapason sur le facteur de qualité

Etude (de la même manière que précédemment) du facteur de qualité d'un diapason en apparence bas de gamme et détermination de son facteur de qualité ($Q = 2720 \pm 299$).

\Rightarrow Le facteur de qualité dépend des propriétés intrinsèques du résonateur (si on suppose que pour les deux diapasons les caisses de résonance est identique). (On peut faire l'analogie avec l'inductance, la capacité et la résistance interne de la bobine dans le cas du résonateur électrique).

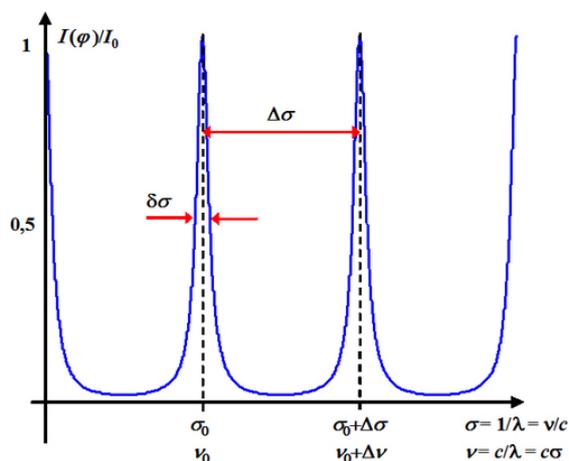
- Remarque : Cette deuxième partie n'est pas très intéressante étant donné qu'il n'y a pas une différence flagrante entre les coefficients de qualité des deux diapasons. Il serait plus intéressant d'insister sur la durée du régime transitoire et son lien avec le facteur de qualité de la résonance.

III. La résonance optique : le Fabry Perot

Un cavité résonante de Fabry Pérot peut être vue comme un oscillateur qui à résonance va amplifier énormément certaines ondes stationnaire « vibrant à l'intérieur » du fait de la présence de conditions au limites strictes. On peut montrer que le facteur de transmission d'une telle cavité se met sous la forme :

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{c} 2ne \cdot \cos(i)\right)}$$

Avec ν la fréquence de l'onde considérée, R le coefficient de réflexion des miroirs, n l'indice de l'air et i l'angle d'incidence avec lequel le faisceau vient frapper nos miroirs.



On définit ainsi la finesse de notre cavité Fabry Pérot : $\mathcal{F} = \frac{\nu}{\Delta\nu}$. Qui est l'analogie optique du facteur de qualité que l'on peut exprimer en fonction de la finesse : $Q = \frac{2ne}{\lambda_0} \mathcal{F} = p\mathcal{F}$, avec p l'ordre d'interférence.

On étudie notre cavité Fabry Perot dans deux conditions d'éclairement :

- Cas 1 : On éclaire l'intégralité des miroirs de la cavité (Pour cela on utilise l'épurateur et élargisseur de faisceaux suivi d'une lentille de grande focale pour augmenter le diamètre de notre faisceau et le focaliser à l'infini, après notre cavité convenablement aligné on focalise notre faisceau sur un photodétecteur). Avec le photodétecteur on relève la fonction de transmission de notre cavité en faisant chariotier un miroir. On en déduit la finesse de notre cavité dans ces conditions expérimentales : $\mathcal{F} = 5,10 \pm 0,03$.
 \Rightarrow On est ici limité du fait de non parallélisme et de la non planéité de nos miroirs (on peut diminuer l'influence de ces facteurs néfastes en utilisant une source avec un faisceau de moins grand diamètre, mais dans certain cas cela est impossible lorsque la source est trop lumineuse... d'où l'utilisation d'un laser).
- Cas 2 : Cette fois ci on éclaire directement avec le laser en s'assurant qu'il soit correctement aligné (pour que le $\cos(i)$ soit le plus proche possible de 1). On obtient alors une finesse d'environ 7.
 \Rightarrow On est alors limité par le coefficient de réflexion de nos miroirs (c'est une propriété intrinsèque de notre cavité résonante). Dans ce cas on peut montrer que la finesse de la cavité s'exprime uniquement en fonction des coefficients de réflexion des miroirs :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi R}{1 - R}$$

On peut donc en déduire le coefficient de réflexion des miroirs de notre cavité $R \approx 0,64$. Ce coefficient est plus faible que celui attendu (environ 85%), on peut expliquer cet écart du fait que l'on est pas parfaitement aligné et donc la finesse est amoindrie car $\cos(i)$ ne vaut pas vraiment 1.

- Remarque : Si notre laser ne peut plus être considéré comme totalement monochromatique (du fait de la finesse finie de sa cavité) alors sur notre capteur on visualise le produit de convolution de la fonction de transmission des deux cavités (laser et Fabry Perot étudié).

IV. La résonance acoustique (ouverture)

Mousse de bambou, identifier les différents modes propres de la cavité résonance (analogie flûte) et également les modes propres des parois (analogie avec batterie) mais nécessite trop de place pour être présentée en conclusion.

Plaque vibrante sur laquelle on a déposé du sable, on peut observer les modes symétriques et antisymétriques (un peu plus difficile à observer), il y en a une infinité discrète. Puis conclusion avec le fait que l'on veut parfois éviter la présence de résonance comme cela est le cas dans le domaine de la construction des ponts (en 1850 à Angers un pont s'est écroulé sous l'excitation périodique des militaires le traversant au pas)

Questions :

- Est-il possible de déterminer le facteur de qualité de la plaque vibrante ? Quel est le matériau de cette plaque ?
⇒ Détermination comme pour la cavité Fabry Pérot de la finesse ??? (Écart entre chaque résonance et largeur de cette dernière).
- Le GBF sert à découpler les circuits, cela change vraiment la réponse en fréquence de notre système si on ne le met pas ?
⇒ Si on ne le met pas il y a une chute importante de la tension en entrée à la fréquence de résonance (donc chute de la tension de sortie aux bornes de la résistance ou de la capacité).
- Sur le tracé du diagramme de Bode du RLC pourquoi on ne peut pas avoir une meilleure résolution ?
⇒ il faudrait augmenter le temps d'acquisition (temps entre chaque impulsion) cependant cela finit par prendre du temps d'autant plus si on moyenne sur plusieurs périodes. Il y a un optimum entre abaissement du niveau de bruit et résolution lorsque l'on souhaite faire des acquisitions rapidement.
- Pour la résonance en courant du RLC que se passe-t-il si Q diminue encore plus ? Y a-t-il une autre manière de mesurer le facteur de qualité ?
⇒ On quitte de plus en plus tôt les asymptotes. On peut mesurer Q grâce à la hauteur de la résonance par rapport au point d'intersection des asymptotes.
- D'où viennent les incertitudes sur Q (très élevée) dans le cas du diapason ?
⇒ viennent de l'incertitude sur f_0 et Δf lié à la résolution dans le domaine spectral, mais on ne peut pas faire mieux à moins d'acquiescer sur 3 minutes. Plus Q est élevé plus l'incertitude est élevée car c'est une incertitude relative.
- Quelle est le rôle de la mousse pour l'expérience du diapason ?
⇒ Elle a pour rôle de découpler le système du sol et de la table. (possibilité peut être de le suspendre...).
- Exemples d'applications la résonance ?
⇒ test de matériaux grâce à la résonance en tension, résonance acoustique et mécanique utilisé en musique, amortisseur pour ne pas ressentir les perturbations de la route, filtrage (radio) grâce aux filtres passe bande résonants et filtre interférentiels grâce aux cavités Fabry Pérot.
- Lien entre résonance et ondes stationnaires ?

⇒ Il y a toujours des ondes stationnaires dans une cavité Fabry-Perot par exemple mais pour certaines longueurs de cavité certains modes vont être amplifié à l'infini du fait du gain en $\frac{1}{\cos(kl)}$ (pas à l'infini vraiment à cause des non linéarités)

Remarques :

- Montage bien équilibré qui balaye les trois domaines importants où il y a de la résonance en physique, de plus c'est bien d'axé sa présentation autour du facteur de qualité qui est ce qui caractérise la résonance.
- Bien lors de l'étude du circuit RLC de mettre en évidence ce que change Q sur la forme de la résonance.
- Il existe d'autre circuit de résonance en tension tel que le bouchon qui permet d'atteindre des facteurs de qualité de l'ordre de 10.
- Pour le diapason penser à insister sur le lien entre le coefficient de qualité Q et la durée du régime transitoire (on a les courbes sous les yeux...).
- Pour le RLC peut être utiliser un Wattmètre pour montrer qu'une quantité importante d'énergie est absorbée à la résonance (je ne sais pas si on a des wattmètre pour de si faibles puissances).

Bibliographie

- Sextant : Optique expérimentale p 243
- Fleury Mathieu : Lumière p 44 et 73

Le diapason est excité → Le diapason n'est pas excité → Caractérisation de la sinusoïde de la résonance

I - Résonateur électrique: le circuit RLC

$r = 52 \Omega$
 $L = 60 \text{ mH}$
 $C = 470 \text{ nF}$

1/ Résonance en courant (= vitesse)

$$\frac{U_c}{U}(\omega) = \frac{A}{1 + j(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 947 \text{ Hz}$
 $* R_r = r + R$
 $* Q = \frac{1}{R_r} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{Q_0}{\Delta \omega}$
 $* A = R \sqrt{\frac{L}{C}}$

$\omega_{mes} = \pm \Omega$
 $L_{mes} = \pm \text{mH}$
 $C_{mes} = \pm \text{nF}$

II - Résonance mécanique: le diapason

1/ Influence de la caisse de résonance sur le facteur de qualité

$Q = \pm$

2/ Influence de la qualité du diapason sur le facteur de qualité

$Q = 2720 \pm 200$

III - Résonance optique: la cavité Fabry-Pérot

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + 4R \sin^2(\pi 2neL/\lambda)}$$

→ Définition: finesse $\mathcal{F} = \frac{\lambda_{0,1}}{\Delta \lambda}$ ↔ facteur de qualité $Q = \frac{2ne\mathcal{F}}{\lambda_0}$

* Cas 1: $\mathcal{F} = \pm$ → On est limité par

* Cas 2: $\mathcal{F} = \pm$ → On est limité par

Alors $\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} \Rightarrow R = \pm$

→ NB: Et si le spectre de la source incidente ne peut pas être assimilé à un dirac?