

COMPTE RENDU DE LEÇON LP46

Mécanismes de la conduction électrique dans les solides

Auteur :
Louis D'ERAMO,
Pierre GÉHANNE

Responsable :
Marc LEGENDRE

01 Octobre 2014



La leçon est placée au niveau classes prépa (L2). Les prérequis sont les forces de Coulomb et de Lorentz, le principe fondamental de la dynamique et la loi des nœuds.

1 Leçon

1. Effet d'un champ électrique sur des porteurs de charge : loi d'Ohm

(a) Porteurs de charge, densité de courant

Définition de la densité de courant volumique $\vec{j} = \sum_{\text{porteurs de charges } k} n_k q_k \vec{v}_k$, elle est additive relativement aux différents types de porteurs et vérifie la relation de conservation de la charge, $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$. Dans un solide non chargé, $\rho = 0$ pour tout t et $\text{div } \vec{j} = 0$. Ainsi \vec{j} est dit à flux conservatif.

(b) Conductivité, loi d'Ohm locale

Lorsque l'on applique un champ électrique \vec{E} sur un conducteur, il y a apparition d'une densité de courant volumique \vec{j} . La loi d'Ohm locale relie ses deux vecteurs par une grandeur σ , appelée conductivité, à priori tensorielle, $\vec{j} = [\sigma] \vec{E}$. En général, soit on projette selon un axe propre de $[\sigma]$, soit on considère un milieu isotrope, où σ peut s'écrire comme un scalaire multipliant la matrice identité. OdG de σ (voir Pérez et Berkley pour les isolants). Les matériaux de grand σ sont appelés conducteurs, ceux de petit σ isolants. On définit aussi la mobilité μ par $\vec{v} = \mu \vec{E}$. OdG de la mobilité (voir Pérez).

(c) Résistance, loi d'Ohm intégrale

On prend un tube de courant cylindrique. Déf du courant $I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$, celle-ci ne dépend pas de S (et son signe est fixé par l'orientation de $d\vec{S}$, c'est la flèche sur le circuit d'élec) et est appelée intensité. Loi des nœuds comme une conséquence du fait que \vec{j} est à flux conservatif. Déf de la tension $U = - \int_{M_1}^{M_2} \text{grad} V \cdot d\vec{l} = \int_{M_1}^{M_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$. On observe que U et I sont proportionnelles à des intégrales faisant intervenir \vec{E} . Loi d'Ohm intégrale : $U = R.I$ avec $R = \frac{\int_{M_1}^{M_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\sigma \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}}$. Si \vec{E} est uniforme, $R = \frac{L}{\sigma S}$. Calcul de la résistance linéique d'un fil de cuivre. Attention ce calcul est faux en alternatif, à cause de l'effet de peau (la section de conduction est réduite, par exemple à 1 MHz, diminution d'un facteur 4).

2. Modèle microscopique de la conductivité

(a) Hypothèses du modèle de Drude (1900)

On veut maintenant décrire microscopiquement la conduction dans le solide.

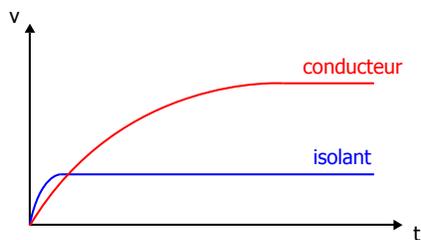
- matrice d'atomes immobiles dans laquelle se déplacent les porteurs
- on applique un champ électrique \vec{E}
- on néglige les interactions porteur-porteur
- on modélise l'interaction entre les porteurs et le milieu par une force de frottement fluide.

(b) Expression de la conductivité

Sur un petit volume du matériau s'appliquent la force de Coulomb $d\vec{F}_c = nq dV \vec{E}$ et la force de frottement $d\vec{F}_{fr} = -\alpha \vec{v} dV$. On applique le PFD et on trouve une équation différentielle du premier ordre en \vec{v} , la vitesse des porteurs : $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau} \vec{v} = \frac{q}{m} \vec{E}$ avec $\tau = \frac{nm}{\alpha}$. On passe en complexes pour étudier la réponse à un champ sinusoïdal. On trouve un passe-bas du premier ordre $\frac{|\vec{v}_0|}{|\vec{E}_0|} = \frac{\mu_0}{1 + \omega\tau}$, où $\mu_0 = \frac{q\tau}{m}$ est la mobilité en régime permanent, et $\frac{|\vec{j}_0|}{|\vec{E}_0|} = \frac{\sigma_0}{1 + \omega\tau}$, où $\sigma_0 = \frac{nq^2\tau}{m}$ est la conductivité en régime permanent. A.N. pour le cuivre, connaissant n et σ_0 , on trouve $\tau \simeq 2,4 \times 10^{-14}$ s.

(c) Explication du caractère isolant

Le comportement de type passe-bas permet de tracer la réponse de la vitesse des porteurs à un échelon de champ électrique dans le matériau (graphe). Dans un isolant (τ plus petit), les porteurs répondent plus vite, mais leur vitesse finale est très limitée (il y a conservation du produit gain-bande). Analogie avec la maniabilité et la vitesse de pointe comparées d'un vélo et d'une F1. $1/\tau \simeq 100$ THz. Dans le modèle historique de Drude, τ était vu comme un temps moyen entre deux collisions porteur-réseau. Si on calcule le libre parcours moyen $l_{Cu}^* = v_e \tau = 37.7$ nm (v_e la



vitesse de Fermi des électrons dans le cuivre), on trouve environ 150 fois le paramètre de maille (~ 2.2 nm) du cuivre, c'est beaucoup trop. MécaQ : brève explication sur les bandes et les gaps (SC, isolant...).

3. Modification de la conductivité par un champ magnétique

(a) Conductivité modifiée

On introduit un champ \vec{B} et on refait le calcul de la partie précédente avec la force de Lorentz : $d\vec{F}_e = nq(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})dV$. En stationnaire, la loi d'Ohm est donc modifiée : $\vec{E} = \frac{\vec{j}}{nq\mu} - \frac{\vec{j}}{nq} \times \vec{B}$, qui peut s'écrire $\vec{j} = [\sigma(\vec{B})]\vec{E}$ où on doit de nouveau considérer le caractère tensoriel de la conductivité.

(b) Effet Hall

Quand on fixe \vec{E} et \vec{j} dans un conducteur, puis que l'on applique un champ magnétique, il y a apparition d'un champ électrique perpendiculaire à \vec{j} , dit champ de Hall. $\vec{E} = \frac{\vec{j}}{nq\mu} - \frac{\vec{j}}{nq} \times \vec{B} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp}$. On aura un champ de Hall maximum pour un champ magnétique appliqué perpendiculairement à \vec{j} . Dans ce cas $\frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}} = |\mu|B$, où la mobilité est de l'ordre de $4,2 \times 10^{-3} \text{ T}^{-1}$ pour le cuivre.

(c) Sonde à effet Hall

Une sonde à effet Hall permet de mesurer un champ magnétique. On y fixe l'intensité $I = \|\vec{j}\|ab$ (b la largeur du barreau conducteur, a la hauteur) et on mesure la tension de Hall $V_H = \|\vec{E}_{\perp}\|a$. En effet, $V_H = \frac{I}{nq} \frac{B}{b} = A_H \frac{B}{b}$ où A_H est appelé facteur de Hall. Ogd du facteur de Hall (voir Pérez). Une sonde sera plus efficace avec un SC, car le facteur de Hall est plus grand (notamment grâce à une densité de porteurs n beaucoup plus petite).

2 Questions

- Qu'est ce que la force de Coulomb? *déf par l'action d'une charge sur une autre*
- Un solide est-il vraiment toujours neutre, comme semble l'insinuer la leçon? *Non, on a juste $\rho = \text{cste}$ dans un conducteur. Doit-on modifier la loi des nœuds en régime non stationnaire?*
- Quelques précisions sur la construction de \vec{j} ? *Rigoureusement, il faudrait démontrer l'équation de conservation de la charge en raisonnant sur des petits volumes.*
- Quel est le statut de la loi d'Ohm? *C'est une loi empirique ($U = R.I$), Ohm a ensuite construit sa loi locale par analogie avec la loi de Fourier $\vec{j} = -\lambda \vec{\nabla} T$.*
- A-t-on toujours $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$? *Nope, il faut ajouter $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$. et ici on ne considère pas de champs magnétiques* Pourquoi pas dans Hall? *On est en stationnaire.*
- D'où vient la force de frottement fluide? *Elle est introduite de façon ad hoc pour obtenir un \vec{j} constant en régime stationnaire.*
- Précisions sur le système sur le lequel est fait le PFD? Si c'est un gaz d'électrons, par exemple? *Rigoureusement, il faudrait utiliser l'équation d'Euler, mais comme on néglige le terme convectif, cela revient au même.*
- Qu'est ce que la vitesse de Fermi? Lien avec l'énergie de Fermi? Qu'est ce que la masse apparente d'un porteur dans un SC?
- Qu'est ce qu'un trou dans un SC? *défaut d'électron, analogie avec une bulle d'air dans un liquide. La bulle n'est pas du vide, une meilleure analogie serait le jeu de taquin.*
- Qu'est-ce que l'effet Peltier? L'effet Seebeck (prononciation allemande s'il vous plait (Zébeque)?
- Qu'est ce que le dopage d'un SC? Quels éléments de la classification périodique utilise t-on?

- Sur l'effet Hall : \vec{B} a-t-il d'autres effets sur \vec{E} ? Il y a la magnéto-résistance (on change les éléments diagonaux de $[\sigma]$, en plus d'ajouter des termes de couplage).
- Une découverte dans ce domaine dans les années 80? *Effet Hall quantique*. C'est quoi?
- Loi de Wiedeman-Franz?
- D'autres mécanismes de conduction non traités dans la leçon? *Supraconductivité*.

3 Remarques

- Ne pas oublier d'annoncer le niveau et les prérequis...
- **Mentionner la supraconductivité** est incontournable : c'est de la recherche actuelle, et il y a plein d'application qui font briller les mirettes (+ idée de chercher des alliages pour modifier les propriétés de conduction). Mentionner les paires de Cooper, aussi (théorie BCS).
- Le début de la leçon était trop long, trop laborieux. 20 minutes pour arriver à la loi d'Ohm locale, c'est trop. Les OdG étaient nombreux, c'est bien, mais pas très bien exploités. Manque une définition du courant électrique... Démontrer la loi d'Ohm locale pour trouver \vec{j} peut être une bonne idée.
- Il aurait été possible de commencer par la loi d'Ohm intégrale, présentée comme une relation empirique, macroscopique, puis d'aller examiner les mécanismes microscopiques.
- Attention, la loi des nœuds n'est valable qu'en ARQS.
- Parler de la mobilité est un peu redondant avec la conductivité. Se concentrer uniquement sur la seconde aurait permis de gagner du temps.
- Faire Drude en sinusoïdal est compliqué pour pas grand-chose. Pour obtenir le temps de réponse, l'équation différentielle suffit, et le comportement passe-bas est déjà contenu dans la solution. Sortir l'artillerie complexe n'est pas nécessaire pour tracer le graphe. Il aurait fallu **parler un peu plus des limites de la loi d'Ohm**.
- Utiliser des transparents pour éviter de faire les calculs sur Hall. En général, aller plus vite au début et passer plus de temps sur des applications.
- La sonde à effet Hall, c'est du réchauffé de chez réchauffé. Il vaut mieux parler de la **magnéto-résistance**, qui mène à des applications plus intéressantes sans être plus compliquée (mentionner le stockage numérique et pourquoi pas, aller jusqu'à la magnéto-résistance géante).

En général, passer beaucoup moins de temps sur le 1, faire plus simple sur Drude, et aller plus directement vers des effets sympas de modification de la conductivité (magnéto-résistance, supraconductivité...).

4 Bibliographie

Documents principaux :

1. Pérez, Carles, Fleckinger *Électromagnétisme - Fondements et applications* - une bonne référence, très claire, pour Ohm, Drude et Hall en mode prépa, ainsi qu'une bonne source d'odg. Attention cependant à quelques calculs faux (vitesses des électrons...).
2. Ashcroft & Mermin *Physique des solides* - chapitre 1 pour le modèle de Drude en alternatif et des discussions poussées sur les approximations, ainsi qu'une grande source d'odg vraiment justes.
3. Edward Purcell *Electricity and magnetism Berkeley physics course volume 2* - bouquin en anglais pour des résultats avec les mains. Quelques OdG et quelques graphes clairs.

Documents secondaires :

- Bertin, Faroux, Renaud *Électromagnétisme, tome 1* - clair et plutôt concis, mais avec des points subtils et intéressants tout de même.
- Alloul *Physique des électrons dans les solides - I. Structure de bandes, supraconductivité et magnétisme* - des explications plus poussées. Quantum mechanics inside.
- TP Hall L3 phytem <http://www.phytem.ens-cachan.fr/version-francaise/licence-l3-phytem/cours-td-tp-telechargeables/physique-experimentale/documents-tp-de-physique-106187.kjsp?RH=1294324272510> pour avoir le calcul de l'effet Hall dans les semi-cond avec plusieurs types de porteurs (calculs longs).