

COMPTE RENDU DE LEÇON LP44

Paramagnétisme, ferromagnétisme : approximation du champ moyen

Auteurs :
Pierre GÉHANNE,
Louis D'ERAMO,

Responsable :
Emmanuelle DELEPORTE

28 Janvier 2015



Table des matières

1	Origines du moment magnétique atomique	2
1.1	Lien entre moment cinétique et moment magnétique	2
1.2	Moment cinétique orbital et spin	2
1.3	Moment magnétique total, origine du paramagnétisme	3
2	Étude statistique du paramagnétisme	3
2.1	Système et hamiltonien	3
2.2	Fonction de partition, calcul de l'aimantation	3
2.3	Susceptibilité, loi de Curie	4
2.4	Généralisation à J quelconque	5
3	Ferromagnétisme	5
3.1	Interactions responsables du ferromagnétisme	5
3.1.1	Interaction dipolaire	5
3.1.2	Interaction d'échange	6
3.2	Approximation de champ moyen	6
3.3	Calcul de l'aimantation	7
3.3.1	Résolution en champ nul	7
3.3.2	Résolution en présence d'un champ magnétique	7
3.4	Conclusion	8
4	Questions et commentaires	8

Prérequis :

- Bases de physique statistique
- Magnétostatique, pseudo-vecteurs \vec{B} et \vec{M}
- MécaQ : moment cinétique, spin, modèle en couches de l'atome.

Bibliographie (par ordre de temps d'utilisation) :

- *Physique Statistique*, Diu, Guthmann, Lederer, Roulet (536.4 DIU) : compléments du chapitre III. Indispensable, contient l'essentiel des calculs. Très bien fait.
- *Électromagnétisme* Pérez, Carles, Fleckinger (53.4 PER) : chap25 p.473. Un bon panorama pour débiter, information bien condensée.
- *Magnétisme et matériaux magnétiques*, Brissonneau (538.1 BRI). Un livre spécialisé, qui contient des infos plus précises sur les moments magnétiques et le facteur de Landé.
- *Milieux magnétiques*, Garing (53.6 GAR). Des problèmes à picorer, moins austère que le Pérez.
- *Théorie du magnétisme*, Herpin (538.1 HER). Un vieux bouquin de référence, peu utilisé mais beaucoup de discussions intéressantes dans les premiers chapitres.
- *Physique Statistique*, Couture/Zitoun (536.4 COU) une alternative au DIU, quelques calculs différents, notamment sur l'approximation du champ moyen qui est un peu mieux explicité.

Introduction

Les réponses des matériaux aux sollicitations d'un champ magnétique \vec{B} sont très diverses, et parfois spectaculaires. On peut les résumer à l'aide de deux grandeurs : l'aimantation \vec{M} , c'est-à-dire le moment magnétique total qu'acquiert le matériau sous l'action de \vec{B} , et la susceptibilité magnétique χ_m , définie par (Diu 310) :

$$\chi_m = \mu_0 \lim_{B \rightarrow 0} \frac{\partial M}{\partial B}$$

On peut alors définir deux catégories :

- Les matériaux **paramagnétiques**, pour lesquels $\chi_m > 0$ et $|\chi_m| \sim 10^{-3}$
- Les matériaux **ferromagnétiques**, pour lesquels $|\chi_m| \sim 10^4$ et la possibilité d'une aimantation rémanente : $\vec{M} \neq \vec{0}$ en champ nul.

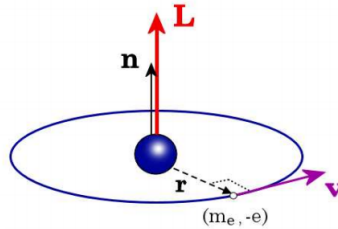
Dans cette leçon, nous allons développer des modèles pour expliquer le paramagnétisme et le ferromagnétisme, en se basant sur une approche microscopique

N.B. nous ne parlerons pas des diamagnétiques, pour lesquels la susceptibilité est négative, dans cette leçon.

1 Origines du moment magnétique atomique

1.1 Lien entre moment cinétique et moment magnétique

On va utiliser le modèle de l'atome de Bohr.



Le moment cinétique de l'électron est :

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m_e r v \vec{n}$$

or $v = 2\pi r/T$ où T est la période du mouvement (circulaire uniforme), ainsi

$$\vec{L} = \frac{2\pi m_e r^2}{T} \vec{n}$$

De plus, l'électron, en tournant, forme une boucle de courant d'intensité $i = \frac{dq}{dt}$, qui crée un dipôle magnétique

$$\vec{\mu} = i\vec{S} = -\frac{e}{T}\pi r^2 \vec{n}$$

Ainsi, le moment magnétique créé est proportionnel au moment cinétique

$$\boxed{\vec{\mu} = -\gamma_e \vec{L}}, \quad \text{où} \quad \boxed{\gamma_e = \left| -\frac{e}{2m_e} \right|}$$

γ_e est le rapport gyromagnétique de l'électron.

Remarque : s'il y a plusieurs électrons, $\vec{\mu} = \sum_i \vec{\mu}_i$ et la relation précédente est toujours valable.

1.2 Moment cinétique orbital et spin

En fait à cause de l'échelle, on doit considérer le phénomène comme quantique et le moment cinétique orbital est quantifié. On va donc s'intéresser à l'opérateur moment cinétique \hat{L} , ainsi qu'à sa norme \hat{L}^2 et à sa projection \hat{L}_z selon l'axe \vec{u}_z .

$$\begin{cases} \hat{L}^2 \leftrightarrow l(l+1)\hbar^2 \\ \hat{L}_z \leftrightarrow m_l \hbar \end{cases}$$

Pour l'atome de Bohr, le moment magnétique de l'électron est :

$$\mu_{L_z} = -\gamma_e L_z = -\gamma_e m_l \hbar = -m_l \mu_B$$

avec $\boxed{\mu_B = \gamma_e \hbar = \frac{e\hbar}{2m_e}}$ le magnéton de Bohr ou quantum de moment magnétique

ODG : $\mu_B \simeq 9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T (A m}^2) \simeq 5,8 \text{ eV/T}$

Pour le proton à l'intérieur du noyau on a :

$$\mu_p = \frac{e\hbar}{2m_p} \Rightarrow \frac{\mu_p}{\mu_e} = \frac{m_e}{m_p} \sim 10^{-3}$$

On va donc s'occuper uniquement des effets électroniques.

L'électron est un fermion possédant un spin 1/2 qui participe au moment magnétique total :

$$\begin{cases} \hat{S}^2 \longleftrightarrow s(s+1)\hbar^2 = \frac{3}{4}\hbar^2 \\ \hat{S}_z \longleftrightarrow m_s \hbar = \pm \frac{1}{2}\hbar \end{cases}$$

On a $\mu_{s_z} = -g_s \gamma_e S_z$ où g_s est appelé facteur de Landé (ce facteur valant approximativement 2 pour l'électron), soit $\mu_{s_z} \simeq -2\gamma_e S_z = -2m_s \mu_B$ soit :

$$\boxed{\mu_{s_z} = \pm \mu_B}$$

1.3 Moment magnétique total, origine du paramagnétisme

On a ici la présence de deux moments, grâce aux propriétés des espaces vectoriels on obtient un moment résultant appelé moment cinétique total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, avec les relations suivantes :

$$\begin{cases} \|\vec{J}^2\| = j(j+1)\hbar^2 \\ J_z = m_j \hbar \end{cases}$$

On obtient alors $\boxed{\mu_z = -m_j g \mu_B}$ où g est appelé facteur de Landé¹.

Seuls les atomes pour lesquels μ_z est non nul auront des propriétés paramagnétiques ou ferromagnétiques.

2 Étude statistique du paramagnétisme

2.1 Système et hamiltonien

Un matériau paramagnétique est un matériau pour lequel les atomes possèdent un moment magnétique propre non nul. On va considérer en première approche que les atomes sont indépendants (comprendre sans interactions) du point de vue magnétique et qu'il sont dans leur état fondamental. On construit l'hamiltonien pour un atome soumis à un champ magnétique ($\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$) :

$$\hat{H} = -\hat{\vec{\mu}} \cdot \vec{B}_0 = g\mu_B B_0 \hat{J}_z$$

avec la valeur propre de \hat{J}_z dans l'intervalle $[-J; J]$.

Comme on ne prend pas en compte les interactions, l'hamiltonien total s'écrit :

$$\hat{H}_{tot} = \sum_{i=1}^N -\hat{\vec{\mu}}^{(i)} \cdot \vec{B}_0 = \sum_{i=1}^N g\mu_B B_0 \hat{J}_z^{(i)}$$

Par la suite on va considérer les états propres de l'hamiltonien et donc se débarrasser de la notation des opérateurs²

$$H_{tot} = \sum_{i=1}^N -\vec{\mu}^{(i)} \cdot \vec{B}_0 = \sum_{i=1}^N g\mu_B B_0 J_z^{(i)}$$

2.2 Fonction de partition, calcul de l'aimantation

Aimantation On a par définition :

$$M = -\frac{1}{V} \frac{\partial F}{\partial B}$$

où M est l'aimantation volumique, et F l'énergie libre associée à la fonction de partition canonique par :

$$F = -k_B \text{Tln}(Z)$$

1. son expression est : $g \simeq 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$

2. Il est d'ailleurs judicieux de remarquer que l'on note les valeurs propres comme les opérateurs...

Comme l'on a considéré des particules indépendantes, on peut écrire la fonction de partition comme : $Z = z^N$. Calculons donc la fonction de partition à une particule :

$$z = \sum_{J_z=-J}^{+J} e^{-\beta g \mu_B J_z B_0} \text{ avec } \beta = \frac{1}{k_B T}$$

Pour simplifier les calculs on va se placer dans le cas $J = 1/2$, qui correspond par exemple à $L = 0$ et $S = 1/2$; la généralisation à J quelconque étant plus calculatoire, mais pas plus difficile.

$$\begin{aligned} z &= e^{-\frac{\beta g \mu_B B_0}{2}} + e^{+\frac{\beta g \mu_B B_0}{2}} \\ z &= 2 \operatorname{ch} \left(\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \right) \end{aligned}$$

On a donc ici :

$$\begin{aligned} M_{1/2} &= \frac{N}{\beta V} \frac{\partial \ln(z_{1/2})}{\partial B_0} \\ &= \frac{N}{\beta V} \frac{\partial}{\partial B_0} \left[\ln(2) + \ln \left(\operatorname{ch} \left(\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \right) \right) \right] \\ &= \frac{N}{\beta V} \frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \operatorname{sh} \left(\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \right) \frac{1}{\operatorname{ch} \left(\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \right)} \\ &= \frac{N}{V} \frac{g \mu_B B_0}{2} \operatorname{th} \left(\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{M_{1/2} = M_\infty \operatorname{th} \left(\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \right)}$$

$$\text{où } M_\infty = \frac{N}{V} \frac{g \mu_B B_0}{2}$$

remarques : Si $\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \rightarrow +\infty$ (champ magnétique important ou température faible) les moments magnétiques s'alignent jusqu'à obtenir une aimantation à saturation : $\frac{N}{V} g \mu_B B_0 J$ où $g \mu_B B_0 J$ est l'aimantation d'un moment magnétique.

Si $\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \rightarrow 0$, (température élevée, champ faible), les moments se répartissent aléatoirement et $M \rightarrow 0$.

2.3 Susceptibilité, loi de Curie

On peut alors calculer la susceptibilité magnétique :

$$\begin{aligned} \chi_m &= \mu_0 \lim_{B \rightarrow 0} \frac{\partial M}{\partial B} = \mu_0 M_\infty \lim_{B \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial B} \left[\operatorname{th} \left(\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \right) \right] \\ &= \mu_0 M_\infty \frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \ln \left(\frac{1}{\operatorname{ch}^2 \left(\frac{\beta g \mu_B B_0}{2} \right)} \right) \\ &= \frac{\mu_0 N}{V} \left(\frac{g \mu_B}{2} \right)^2 \beta \\ \chi_m &= \frac{C}{T} \end{aligned}$$

La susceptibilité calculée est bien positive. On retrouve alors bien le comportement du paramagnétisme explicité en introduction.

OdG : (*non présenté à l'oral*) pour un matériau solide avec des spins 1/2, $N/V \simeq 10^{29} \text{ kg}^{-1}$ (densité proche de celle du cuivre) et $g = 1$. Avec les valeurs de constantes $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ F/m}$, $\mu_B = 9,23 \times 10^{-24} \text{ J/T}$, $k_B = 1,4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$, on trouve, à $T = 300 \text{ K}$, $\chi_m \sim 6,5 \times 10^{-4}$, ce qui correspond aux valeurs attendues.

2.4 Généralisation à J quelconque

cf second transparent

COMPARAISON DE LA COURBE D'AIMANTATION ET DE LA COURBE DE LANGEVIN

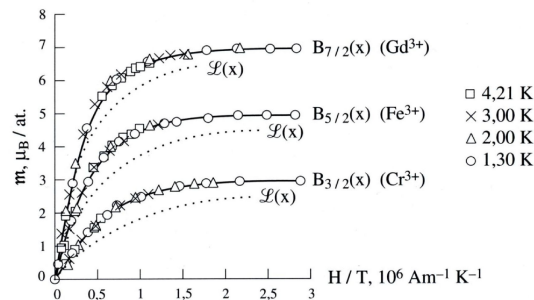


Figure 4.7 - Courbes d'aimantation, en fonction de H/T , pour trois sels contenant un ion magnétique : $\text{CrK}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$, $\text{Fe}(\text{NH}_4)_2(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$, et $\text{Gd}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$, d'après [1]

Fichier : 08PEM401
 Titre : Comparaison de la courbe d'aimantation et de la courbe de Langevin
 Sources : Magnétisme fondamentaux, J. Bornarel, fig4,7 p123, EDP sciences
 Cote : EM4

3 Ferromagnétisme

Certains matériaux sont capables d'acquérir une aimantation en champ nul importante après avoir été exposés à un champ magnétique. Ces matériaux, dits ferromagnétiques, se regroupent dans le tableau périodique autour de l'élément fer ou sont obtenus à l'aide d'alliages. Ils présentent des applications importantes dans le magnétisme (aimant, transformateurs, moteur à courant continu ...). On constate expérimentalement que ce type de magnétisme peut subir une transition de phase vers un comportement paramagnétique à des températures de l'ordre de 800°C . Nous essayerons dans cette partie d'expliquer l'origine du ferromagnétisme.

3.1 Interactions responsables du ferromagnétisme

Anecdote (non présentée à l'oral) : Dans son étude du ferromagnétisme, P. Curie se rendit compte de la ressemblance des courbes de l'aimantation en fonction du champ et de la température avec celle obtenue lors de la variation de la densité d'un fluide en fonction de la pression et de la température. Ainsi il fit correspondre l'état ferromagnétique à celui d'un liquide et l'état paramagnétique à celui d'un gaz.³ Grâce à cette analogie (pas tout à fait exacte) on comprend bien qu'il va falloir prendre en compte une interaction entre les atomes en plus, par rapport au traitement du paramagnétisme. La température de la transition (température de Curie T_C), donne une indication sur l'ordre de grandeur de l'énergie de cette interaction qui prévaut sur l'agitation thermique en dessous de T_C .

3.1.1 Interaction dipolaire

La première interaction que l'on peut considérer est une interaction basée sur l'interaction entre deux dipôles magnétiques.

L'énergie d'interaction vaut :

$$E_{mag} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left\{ \vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2 - \frac{3}{r^2} (\vec{\mu}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\mu}_2 \cdot \vec{r}) \right\}$$

Soit en ordre de grandeur

$$E_{mag} \simeq \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{\mu^2}{r^3}$$

En prenant pour ordre de grandeur pour μ le magnéton de Bohr $\mu_B = 10^{-23} \text{A m}^{-2}$ et $r = 2 \text{\AA}$ on obtient une énergie d'interaction de

$$E_{mag} \simeq 10^{-24} \text{J} \simeq 7 \times 10^{-6} \text{eV}$$

3. cf Herpin p.37 intro sur le ferro

soit une température associée de l'ordre de 0,1 K. Cette interaction ne peut donc pas être responsable du ferromagnétisme⁴.

3.1.2 Interaction d'échange

Rappelons que nous étudions un phénomène faisant intervenir les propriétés quantiques des électrons. Les électrons étant des fermions, il est nécessaire de faire intervenir le principe d'exclusion de Pauli dans la prise en compte des interactions. La fonction d'onde du système à deux électrons s'écrit :

$$\Psi(1, 2) = \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \otimes \chi_s(1, 2)$$

où χ_s est la partie liée au spin et Φ est la partie liée à la partie orbitale. La fonction d'onde étant antisymétrique, on peut séparer les états propre en deux groupes :

- les états triplets, possédant une fonction de spin symétrique ($|\uparrow\uparrow\rangle; |\downarrow\downarrow\rangle; \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle\}$) et une fonction orbitale antisymétrique ($\frac{1}{\sqrt{2}}\{\varphi_a(\vec{r}_1) - \varphi_b(\vec{r}_2)\}$)
- l'état singulet, possédant une fonction de spin antisymétrique ($\frac{1}{\sqrt{2}}\{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle\}$) et une fonction orbitale symétrique ($\frac{1}{\sqrt{2}}\{\varphi_a(\vec{r}_1) + \varphi_b(\vec{r}_2)\}$)

On voit que si on considère deux électrons de mêmes spins, la probabilité de les trouver au même endroit est nulle (fonction orbitale antisymétrique), alors que deux spins opposés peuvent s'approcher aussi près qu'ils le souhaitent. Ainsi deux électrons ayant le même spins vont avoir une énergie d'interaction coulombienne plus faible (ils seront plus éloignés) que deux spins opposés. Cette différence d'énergie est de l'ordre de l'eV⁵, soit une température de l'ordre de 1200 K. On peut résumer cette assertion en construisant un nouvel hamiltonien effectif dit hamiltonien de Heisenberg :

$$\hat{H}_{ech} = -J_{12} \hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2 \text{ avec } J_{12} > 0$$

En résumé l'interaction d'échange résulte de la combinaison de l'interaction coulombienne combinée au principe de Pauli.

On vient donc de comprendre l'ingrédient qui permet le ferromagnétisme. Néanmoins cette interaction va considérablement compliquer la résolution du problème.

3.2 Approximation de champ moyen

On obtient donc maintenant l'hamiltonien suivant :

$$\hat{H} = -g\mu_B \vec{B}_0 \cdot \sum_i \hat{S}_i - \sum_{i,j \neq i} J_{ij} \hat{S}_i \cdot \hat{S}_j$$

Par la suite nous nous intéresserons aux valeurs propres de cet hamiltonien.

Le problème posé ressemble alors fortement au cas du paramagnétisme mais avec un terme supplémentaire qui va rendre le problème insoluble analytiquement. Néanmoins le facteur J_{ij} dépend fortement du recouvrement des orbitales et donc de la distance entre les spins. Ainsi on ne va considérer que les plus proches voisins pour calculer l'effet de l'hamiltonien⁶ :

$$H = - \sum_i \vec{S}_i \cdot \{g\mu_B \vec{B}_0 + J \sum_{j,ppv} \vec{S}_j\}$$

L'approximation du champ moyen réside dans le remplacement des spins des plus proches voisins par la moyenne des spins dans le milieu⁷. On néglige donc les fluctuations de spin. Cette méthode permet de rendre le modèle soluble analytiquement en se ramenant au cas paramagnétique. Néanmoins il est clair que l'étude des fluctuations est devenue impossible à l'aide de ce type de modèle. On obtient donc :

$$H = - \sum_i \vec{S}_i \cdot g\mu_B \left\{ \vec{B}_0 + \frac{pJ}{g\mu_B} \langle \vec{S} \rangle \right\}$$

4. mais elle a son importance quand on parle des domaines de Weiss, cf Diu note 5 du complément ferromagnétisme.

5. Si on ajoute l'interaction coulombienne on obtient une séparation entre les états singulets et triplets avec une différence d'énergie que l'on peut calculer grâce à la théorie des perturbations :

$$J = 2 \int \varphi_a^*(\vec{r}_1) \varphi_b^*(\vec{r}_2) \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \varphi_a(\vec{r}_2) \varphi_b(\vec{r}_1) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

6. ceci est le point de départ de la méthode d'Ising qui mène à un calcul exact à 1D mais non soluble analytiquement à 3D.

7. on fait ici l'approximation $\hat{S}_i \cdot \hat{S}_j \rightarrow \hat{S}_i \cdot \langle \hat{S} \rangle$, certaines approximation font intervenir $\hat{S}_i \cdot \hat{S}_j \rightarrow \hat{S}_i \cdot \langle \hat{S}_j \rangle + \langle \hat{S}_i \rangle \cdot \hat{S}_j - \langle \hat{S}_i \rangle \cdot \langle \hat{S}_j \rangle$, cette approximation étant justifiée si on calcule l'énergie libre par exemple (cf Diu et Couture/Zitoun)

Tout se passe comme si on avait affaire à un champ magnétique effectif moyen :

$$\vec{B}_{\text{eff}} = \vec{B}_0 + \frac{pJ}{g\mu_B} \langle \vec{S} \rangle$$

Or on a la relation avec l'aimantation :

$$\vec{M} = \frac{N}{V} g\mu_B \langle \vec{S} \rangle$$

On en déduit donc que le champ magnétique effectif s'exprime en fonction de l'aimantation par :

$$\vec{B}_{\text{eff}} = \vec{B}_0 + \frac{pJV}{N(g\mu_B)^2} \vec{M}$$

Par la suite on appellera λ le paramètre :

$$\lambda = \frac{pJV}{N(g\mu_B)^2} \text{ tel que } \vec{B}_{\text{eff}} = \vec{B}_0 + \lambda \vec{M}$$

3.3 Calcul de l'aimantation

Il suffit donc de remplacer le champ \vec{B}_0 par le champ magnétique effectif dans l'expression de l'aimantation de la partie précédente. On trouve alors l'équation :

$$M = \frac{g\mu_B N}{2V} \text{th} \left(\frac{g\mu_B}{2kT} (B_0 + \lambda M) \right)$$

On peut remarquer que cette équation est auto-cohérente. Ainsi pour résoudre le problème nous allons adopter une méthode graphique.

3.3.1 Résolution en champ nul

Considérons dans un premier temps un champ B_0 nul. On obtient alors l'équation suivante :

$$\frac{M}{M_\infty} = \text{th} \left(\frac{pJ}{4kT} \frac{M}{M_\infty} \right)$$

avec

$$M_\infty = \frac{Ng\mu_B}{2V}$$

On va alors tracer (*cf transparent*) les deux courbes correspondant au deux fonctions suivantes :

$$- \frac{M}{M_\infty}(x) = \text{th}(x)$$

$$- \frac{M}{M_\infty}(x) = \frac{4kT}{pJ} x = \frac{T}{T_C} x$$

et en cherchant les points d'intersection. On observe que pour avoir des solutions non nulles pour l'aimantation il faut avoir une pente pour la droite inférieure à 1 (pente à l'origine de la fonction tangente hyperbolique). Ainsi on obtient un comportement ferromagnétique seulement si $\frac{4kT}{pJ} < 1$ soit $T < T_C = \frac{pJ}{4k}$. On obtient alors le comportement remarqué par P. Curie. On observe qu'à température nulle le système se retrouve avec une aimantation de M_∞ . Si la température augmente, la pente de la droite augmente, et l'aimantation diminue jusqu'à la température de Curie pour laquelle l'aimantation est rigoureusement nulle.

3.3.2 Résolution en présence d'un champ magnétique

Il s'agit à présent de translater la droite de pente T/T_C en fonction du champ B_0 . On obtient les équations :

$$- \frac{M}{M_\infty}(x) = \text{th}(x)$$

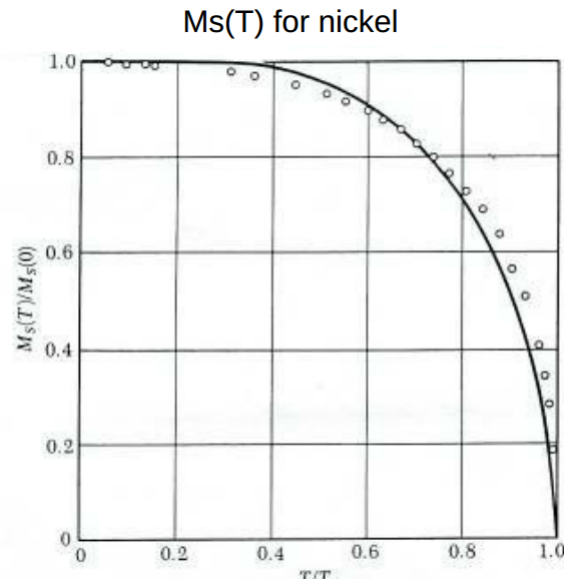
$$- \frac{M}{M_\infty}(x) = \frac{T}{T_C} x - \frac{g\mu_B}{2kT_C} B_0$$

On peut calculer alors la susceptibilité magnétique du matériau ferromagnétique, les calculs étant longs et fastidieux en fin de leçon, on ne présente ici que le résultat (voir démonstration dans le Diu, qui par ailleurs est partielle) :

$$\chi_m = \frac{N}{2V} \left(\frac{g\mu_B}{2} \right)^2 \frac{1}{k(T_C - T)}$$

Soit

$$\chi_m = \frac{C}{T_C - T} \text{ avec } C = \frac{N}{2Vk_B} \left(\frac{g\mu_B}{2} \right)^2$$



3.4 Conclusion

Dans cette leçon on a mis en place des modèles simples permettant de comprendre les comportements des matériaux possédant un moment magnétique. Cependant ces modèles présentent des limites (notamment pour des conditions proches de la transition de phase).

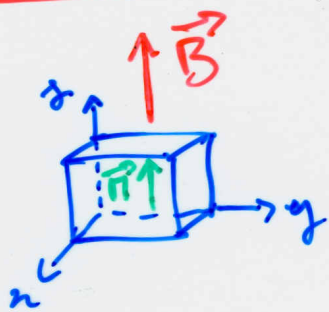
La compréhension de ces systèmes représente un enjeu scientifique et économique car les matériaux ferromagnétiques ouvrent un champ d'applications à forte valeur ajoutée, telles que la fabrication d'aimants permanent.

4 Questions et commentaires

- Comment écrivez-vous les valeurs propres des moments cinétiques ? Voir la première partie. Il s'avère que lors de la présentation les notations pouvaient être ambiguës.
- Qu'est-ce que le facteur de Landé ? Est-ce une donnée expérimentale ? Non, c'est un facteur théorique (voir note numéro 1). On peut le déterminer expérimentalement.
- Combien vaut le facteur de Landé ? voir note numéro 1 pour l'expression, il est de l'ordre de l'unité (électron ~ 2 , proton ~ 5)
- Si on prend une valeur $g = 2$ commentez la valeur de l'aimantation à saturation. En fait tous les moments vont s'aligner selon l'axe du champ B_0 : on obtient $M_\infty = N\mu_B/V$.
- Pourquoi appelle-t-on M_∞ aimantation à saturation ? C'est l'aimantation maximale que l'on peut récupérer.
- À température ambiante où se trouve-t-on sur la courbe ? On a $\mu_B B \sim 10^{-6}$ eV alors que $k_B T \sim 10^3$ eV on se trouve donc à des valeurs de x proches de l'origine.
- Comment fait-on pour trouver les valeurs sur le plateau ? On se place à des températures faible devant $\mu_B B/k_B$ afin d'augmenter x .
- Quelle est la différence entre B et H ? On a la relation $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} + \vec{M}$. C'est le paramètre que contrôle l'expérimentateur.
- Que pensez vous de la courbe présentée en fonction de H ? On a simplement $M = \chi_m H$ et comme $\chi_m \sim 10^{-3}$ pour les para, on a $H \sim B$.
- Qu'entendez-vous par « basses températures » pour prendre en compte les interactions ? Il faut juste avoir $T < T_C$
- Comment passer du raisonnement sur les fonctions d'onde à l'écriture de l'hamiltonien ? Il suffit de faire comprendre qu'avec la prise en compte de l'interaction électrostatique on va séparer les niveaux triplets du niveau singulet. L'énergie de séparation est connue et on l'appelle $2J$. Il en résulte alors la forme proposée pour l'hamiltonien.
- Quel est l'état fondamental dans ce cas ? Ce sont les états triplets.
- Quel est le signe de J ? $J > 0$.
- Avec la résolution graphique j'obtiens trois solution, laquelle est la bonne ? Pour ça il faut étudier l'énergie libre. Le modèle de champ moyen annoncé n'est pas suffisant pour l'obtenir (voir note 6). On pourrait alors obtenir une courbe en « chapeau mexicain » qui montre que l'aimantation nulle correspond à un équilibre instable, et l'aimantation va être définie par l'état dans lequel on a mis le ferro au départ.

- *Comment varie l'aimantation au point critique ?* On a un point singulier au point critique. Néanmoins la loi de Curie-Weiss décrivant la susceptibilité au point critique est fautive en toute rigueur car dans le modèle de champ moyen on ne prend pas en compte les fluctuations, primordiales lors d'un changement d'état.
- *Quelle hypothèse du champ moyen peut poser problème ?* Le remplacement des spins par leur moyenne masque les fluctuations (voir question précédente).
- *Pour quels phénomènes cela va-t-il poser problème ?* Je pense qu'il s'agit d'une question sur les exposants critiques qui sont faux avec le modèle du champ moyen. Seul Ising parvient à les retrouver.
- **Il faut bien faire avaler l'idée que le moment magnétique est proportionnel au moment cinétique, il faut donc être plus au point et plus insister sur le facteur de Landé. Il faut de plus faire attention aux signes dans la première partie (attention au signe du magnéton de Bohr).**
- **Il est important de parler des notions de moment permanent et d'aimantation spontanée**
- **Il est important de spécifier dans quelles conditions un matériau peut avoir un moment magnétique non nul ($J \neq 0$).**
- **Il faut en réalité passer plus vite sur les calculs pour s'intéresser aux résultats physiques, bien commenter les expressions, donner des ordres de grandeur plus nombreux.**
- **Les manips ne sont pas indispensables dans cette leçon, par contre il faut toujours se référer à des courbes expérimentales, des ordres de grandeurs. Il faut calculer les M_∞ , les χ_m , etc.**
- **Essayer d'avoir de mettre sur transparent les calculs sur l'aimantation dans le cas du ferromagnétisme.**

LP 44 : Paramagnétisme, ferromagnétisme ;
approximation du champ moyen



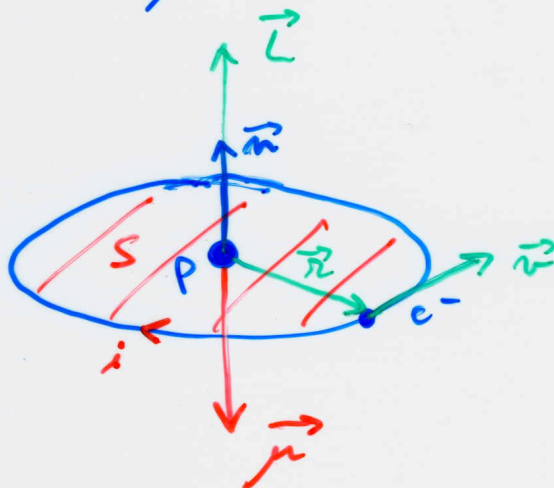
En général, \vec{M} et \vec{B}
sont colinéaires

$$\chi_m = \mu_0 \lim_{B \rightarrow 0} \frac{\partial M}{\partial B}$$

* PARA magnétique : $\chi_m > 0$, $|\chi_m| \sim 10^{-3}$

* FERRO magnétique : $\chi_m > 0$, $|\chi_m|$ jusqu'à $\sim 10^4$
 $\vec{M} \neq \vec{0}$ possible pour $\vec{B} = \vec{0}$

I.1. Lien entre \vec{L} et $\vec{\mu}$

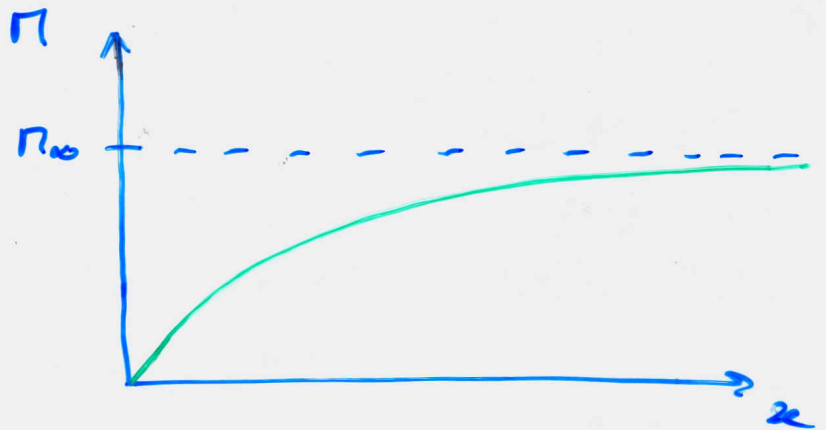


II.2. Calcul de l'aimantation

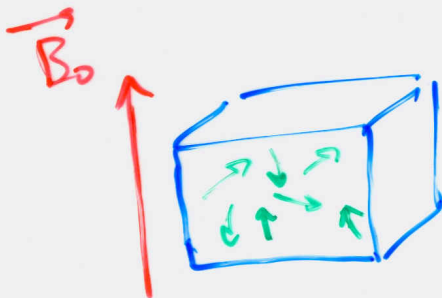
$$M_{1/2} = M_{\infty} \tanh(x)$$

$$M_{\infty} = \frac{N}{V} g \mu_B \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{g \mu_B B_0}{2 kT}$$

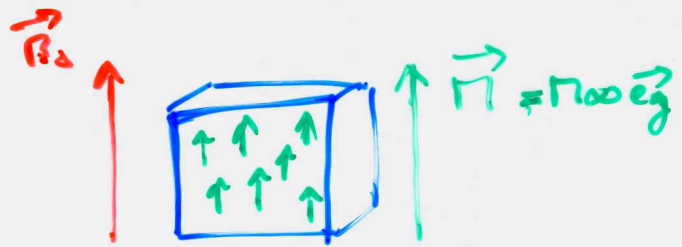


$$x \rightarrow 0 \quad (\mu_B B_0 \ll kT)$$



$$M_{1/2} \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow \infty \quad (\mu_B B_0 \gg kT)$$



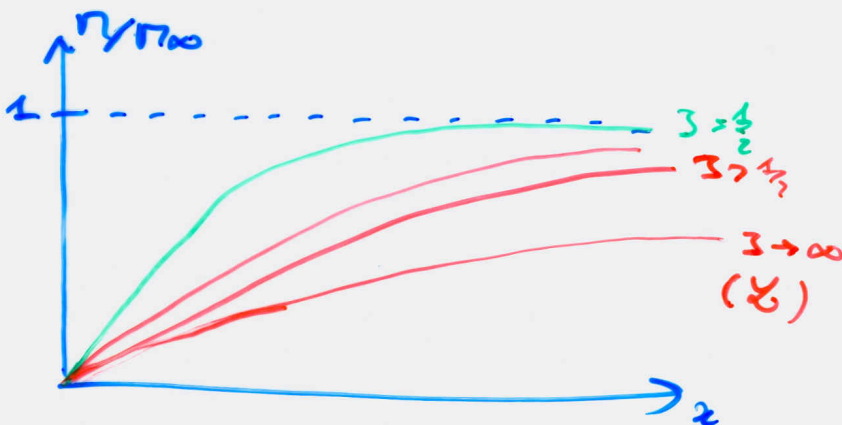
$$M_{1/2} \rightarrow M_{\infty}$$

II.4. Généralisation pour S quelconque

$$M_S = \frac{N}{V} g \mu_B S \mathcal{B}_S \left(\frac{g \mu_B S B_0}{kT} \right)$$

\mathcal{B}_S : fonction de Brillouin

$$\mathcal{B}_S(x) = \frac{2S+1}{2S} \coth \left(\frac{2S+1}{2S} x \right) - \frac{1}{2S} \coth \left(\frac{x}{2S} \right)$$



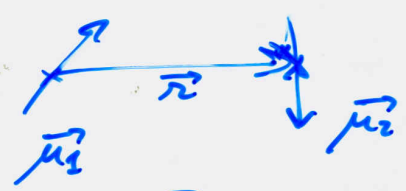
Loi de Curie:

$$\chi_m = \mu_0 \frac{N}{V} (g \mu_B)^2 \frac{S(S+1)}{2 kT}$$

III. Ferromagnétisme

1. Quelle interaction ?

a. interaction dipolaire →



$$E_{\text{mag}} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2 - \frac{3}{r^2} (\vec{\mu}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\mu}_2 \cdot \vec{r}) \right]$$

En OoL: $E_{\text{mag}} \sim \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mu_B^2}{a^3}$

→ trop faible!

b. interaction d'échange

Fonction d'onde à deux électrons:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \otimes \chi_S(\uparrow, \downarrow)$$

↳ antisymétrique

Addition de deux spins $\frac{1}{2}$

état singulet: $\chi_S = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$ AS

$$\Phi_S(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_a(\vec{r}_1)\varphi_b(\vec{r}_2) + \varphi_b(\vec{r}_1)\varphi_a(\vec{r}_2))$$

→ S

état triplet: $\chi_S = \begin{cases} |\uparrow\uparrow\rangle \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ |\downarrow\downarrow\rangle \end{cases}$ S

$$\Phi_A(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_a(\vec{r}_1)\varphi_b(\vec{r}_2) - \varphi_b(\vec{r}_1)\varphi_a(\vec{r}_2))$$

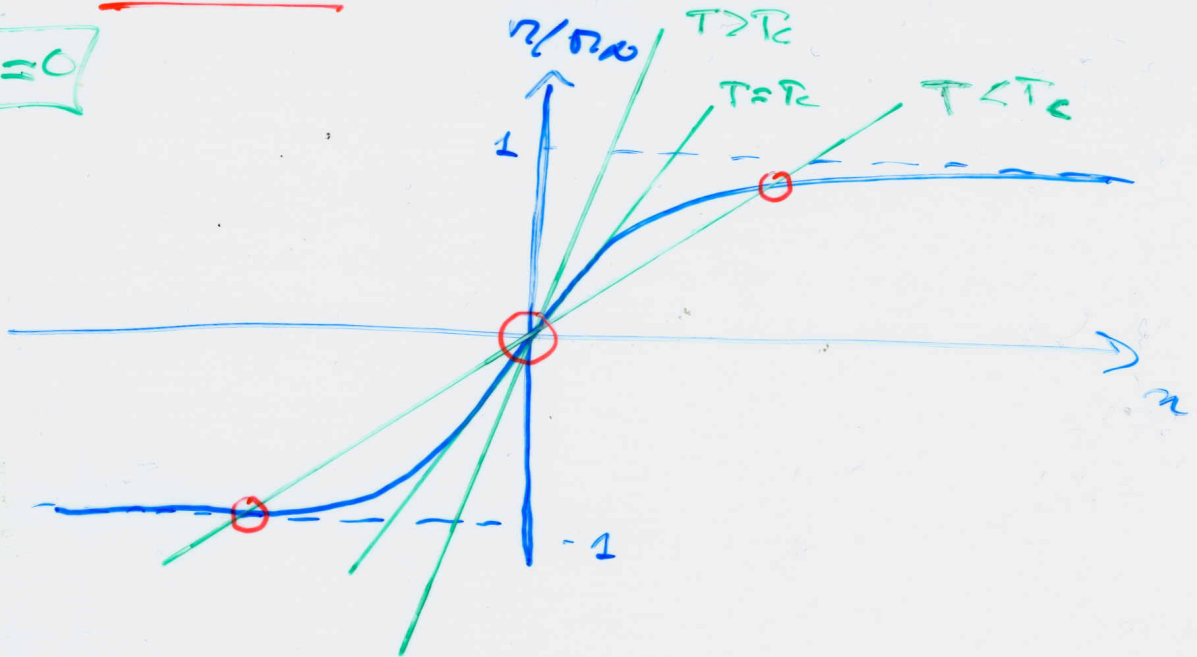
↑ AS

→ AS ⇒ E ↓

→ $\hat{H}_{\text{ech}} = -J_{12} \hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2$

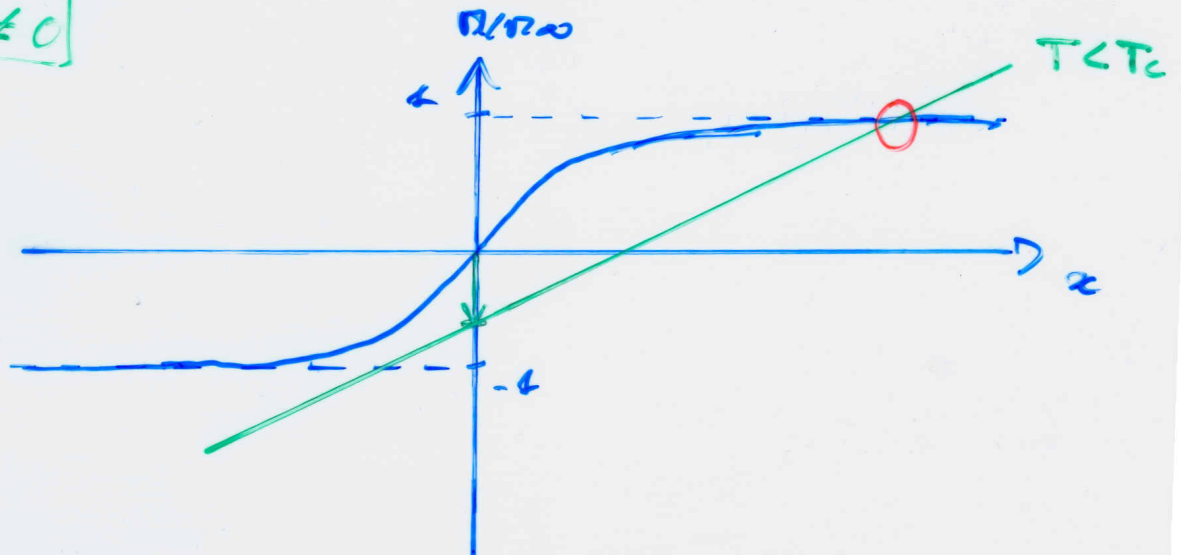
III.3 Aimantation

$$\boxed{B_0 = 0}$$



$$\begin{cases} \frac{m}{m_\infty} = \tanh(x) \\ \frac{m}{m_\infty} = \frac{4kT}{p\Delta} x = \frac{T}{T_c} x \end{cases}$$

$$\boxed{B_0 \neq 0}$$



$$\begin{cases} \frac{m}{m_\infty} = \tanh(x) \\ \frac{m}{m_\infty} = \frac{T}{T_c} x - \frac{g\mu_B}{2kT} B_0 \end{cases}$$