

LP 45 : PARAMAGNÉTISME, FERROMAGNÉTISME : APPROXIMATION DU CHAMP MOYEN

Par Adrien et Géraldine
Corrigé par Emanuelle Delporte

Bibliographie + Matériel des manip
Plan détaillé (sans les calculs)
Discussion sur les choix que nous avons fait, remarques diverses
Questions posées
transparents

Bibliographie

Garing *Millieux magnétiques* (pour prendre en main le sujet)
Diu, G, L,R *Physique statistique* (pour toute la leçon, notamment les calculs)
Feynman *Electromagnétisme 2* (pour s'amuser, prendre en main le sujet. Très bien pour l'explication qualitative des domaines de Weiss, paroi de Bloch qui bougent)
JP Mathieu *Histoire de la physique* (Une dizaine de pages traite du magnétisme (chapitre 9.7). Pas mal pour situer les différentes théories les unes par rapport aux autres.)

Beaucoup d'autres livres sur le magnétisme (Etienne du Trémolet de Lacheisserie *Magnétisme Fondements*, Kittel *Etat Solide*, Herpin *Théorie du magnétisme*) mais on est pas allé voir.

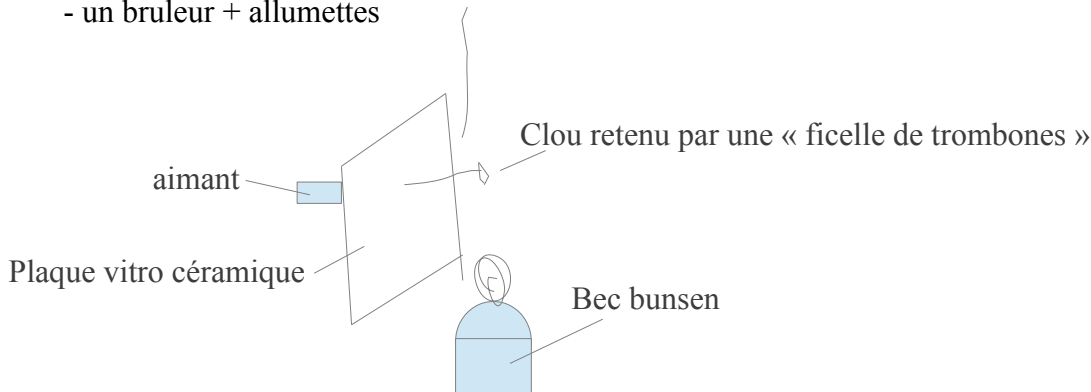
On a aussi utilisé :

Cohen *Mécanique Quantique* (pour le I-1 avec le facteur de Landé)
Grécias *Chimie Générale* (pour les orbitales moléculaires)

Matériel des manips

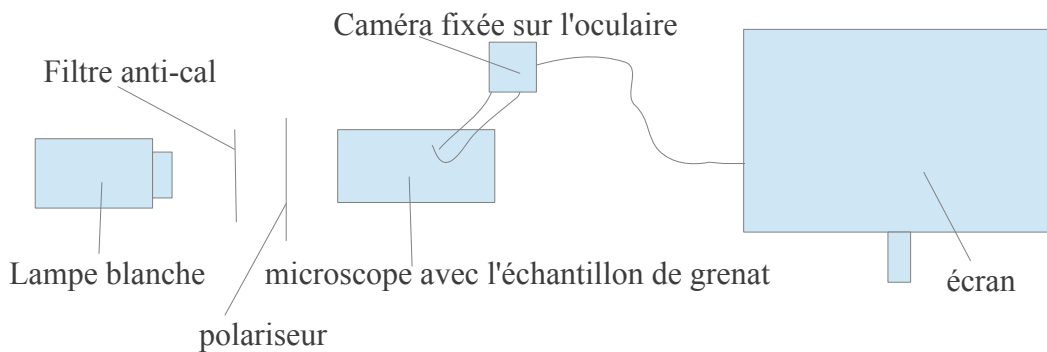
expérience du clou :

- le « kit » clou suspendu à une potence avec un aimant et une plaque céramique fixés dessus
- un bruleur + allumettes



visualisation des domaines de Weiss :

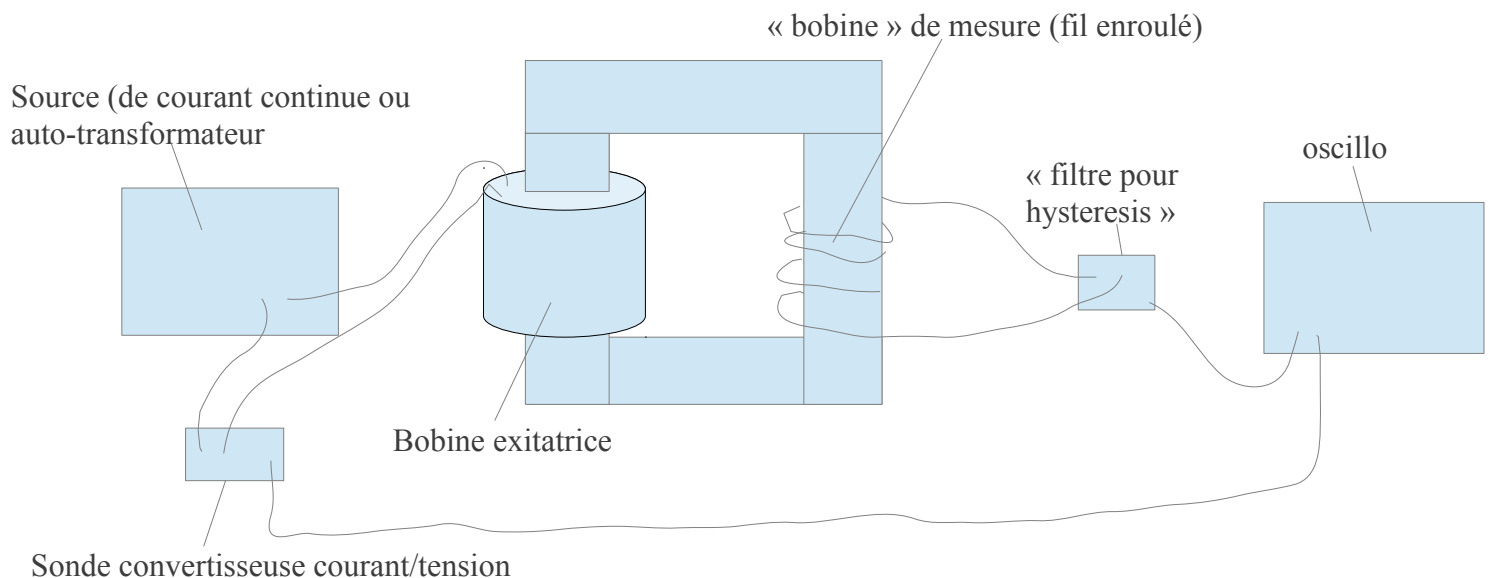
- lampe blanche (+alim) + filtre anti calorique
- le microscope adapté
- la caméra à laquelle on peut fixer un embout qui permet de la mettre sur le microscope
- un polariseur (l'analyseur est inséré sur l'embout qui va sur la caméra)



aimantation d'un aimant et visualisation du cycle d'hystérésis

- un ferro en forme de « U » avec une barre horizontale pour le fermer en haut
- une bobine (qui supporte qq A) , par exemple 500 spires
- une petite bobine de qq spires à mettre de l'autre coté du U (nous on avait pris un long fil que l'on avait enroulé)
- une sonde convertisseuse courant/tension
- un circuit intégrateur (une boîte toute faite existe : « filtre pour hystérésis »)
- source de courant continu (qq A suffisent)
- un auto-transformateur (grosse chose bleue qui ressemble à un buta gaz) => source d'alternatif
- un oscillo

On visualise à l'oscillo en XY, B en fonction de H. B mesuré par la bobine de mesure car $e = -d \llcorner \phi \gg / dt \sim dB / dt$ donc après intégration $\sim B$. H est mesuré par la sonde de courant.



Plan détaillé

Je n'ai pas mis les calculs... (mais il y a les références à chaque fois)

Attention aux conventions choisies, qui varient selon les auteurs :

- « χ » la susceptibilité magnétique définie en dérivant par rapport à H ou à B .
- μ_B le magnéton de Bohr >0 ou <0

INTRO

Pierre Curie publie un article en 1895 sur les matériaux magnétiques. Il y classe 3 types de matériaux : les para dia et ferro. (pour les curieux il y a à la BU il y a un livre recueillant des articles de Curie, dont celui là). Rappel : [transparent 1](#).

I – Ingrédients nécessaires à l'étude

1) Provenance microscopique de M . ([Garing](#). Généralisation : [MQ Cohen](#))

Calcul en semi classique de $L \Rightarrow$ moment magnétique. Puis généralisation à tout type de moments cinétiques c'est à dire pour J quelconque ($J = L+S$) : $\mu = g * \mu_B * J$. (g :facteur de Landé, μ_B magnéton de Bohr) Résultat non justifié.

2) Réponse à un champ magnétique

B +moment magnétique \Rightarrow précession de Larmor ([Garing](#))

[transparent 2](#) : précession des moments \Rightarrow pas d'aimantation.

Problème ? Non : on va faire un raisonnement statistique (car N = nombre d'atomes est grand). On n'étudie pas les détails de la thermalisation (pas comme en RMN), on s'intéresse juste à l'état d'équilibre.

3) Modèle retenu

système = N atomes identiques, fixes, portant des moments magnétiques, sans interaction.

N, V, T fixés \Rightarrow ensemble canonique

$H =$ somme (- moment magnétique . B)

II – Paramagnétisme

1) Quels matériaux sont paramagnétiques ?

Il faut des électrons célibataires. [transparent 3](#) : exemple avec N (para), N_2 (dia), O (para), O_2 (para).

(ces exemples d'OM ont été trouvés dans le [Grécias](#))

2) Calcul de l'aimantation

On prend le cas simple $S=1/2$, $L=0$ (donc $J=1/2$).

(Cas J quelconque dans le [Diu](#), cas $J=1/2$ dans le [Garing](#)).

On trouve $M = qgc * \text{th} (E_{\text{mag}} / kT)$

3) Analyse de la solution. Loi de Curie

On a deux régimes pour M :

- si $E_{\text{mag}}/kT \gg 1 \Rightarrow M$ sature ($M \sim qgc$)

- si $E_{\text{mag}}/kT \ll 1 \Rightarrow M$ proportionnelle à E_{mag}/kT .

ODG : on est tout le temps dans le premier cas.

Du coup cela à du sens de définir la susceptibilité magnétique « chi ».

On a $\chi = C/T$ [c'est la loi de Curie].

Comparaison avec données expérimentales [transparent 4](#) (C mesuré, on en déduit la densité n, on tombe sur qqc de cohérent..Attention la formule trouvée n'est valable que pour $J=1/2$, ce qui n'est pas forcément le cas pour les matériaux présentés).

Expérience du clou. Le clou est attiré par l'aimant. $F_{\text{mag}} \sim \text{Poids} \Rightarrow \chi \sim 10^6$. Donc ce n'est pas un para. C'est un ferro.

Pendant ce temps le clou chauffe, et à un moment il tombe : on a eu un changement de ses propriétés magnétiques. On va essayer de comprendre ça.

III – Ferromagnétisme (Diu, complément III-J)

A T ambiante, $\chi_{\text{ferro}} > 10^9 \chi_{\text{para}}$. Donc dans un ferro, les moments magnétiques doivent être beaucoup plus alignés quand dans un para. Qu'est ce qui peut aussi (autre que un champ B) les aligner ? \Rightarrow des interactions entre moments magnétiques.

1) Un nouvel ingrédient : les interactions

On écrit l'hamiltonien avec un terme d'interaction en $A \cdot \mu(i) \cdot \mu(j)$

C'est quoi A ?

- si d'origine magnétique alors A n'est « visible » que pour des $T < 1K$ (à comparer à T_c ...) Ce n'est donc pas ça.

- est en fait d'origine quantique : c'est l'interaction dite d'échange. Ne marche qu'avec des spins.

2 hypothèses simplificatrices :

- $A_{ij}=A$ [OK car on a dit depuis le début que nos atomes sont identiques]

- somme $(i,j) =$ somme $(i, j \text{ voisin de } i)$ [raisonnable car l'interaction d'échange est à courte portée]

L'hamilton obtenu est :

- résolvable à 1D

- résolvable à 2D, avec $B=0$

- non résolu à 3D

Il faut donc une nouvelle hypothèse (beaucoup « plus forte »)

2) Approximation du champ moyen

Hypothèse : le voisinage du spin i ne dépend pas de i (du coup on gomme toutes les fluctuations spatiales du matériau !) :

somme sur j voisin de i $(S_j) = p \cdot \langle S_j \rangle$ (où p est le nombre de voisins)

On relie $\langle S_j \rangle$ à M .

On obtient alors le même hamiltonien que en II-1 avec $B = B_{\text{eff}}$. On utilise donc directement la solution. On tombe sur une équation autocohérente : $M=f(M)$.

3) Résolution graphique des solution

[transparent 5](#)

à $B = 0$. On a comme solutions possibles :

- $T > T_c$: $M = \mathbf{0}$

- $T < T_c$: $M = -M^\circ(T)$, 0, $M^\circ(T)$ (l'indice $^\circ$ signifie : en champ B nul)

On regarde l'énergie libre F pour savoir lesquelles de ces solutions sont stables (calcul non développé). On trouve les solutions en gras.

On peut alors tracer $M^\circ(T)$. OK données expérimentales.

À B différent de 0 : de même on a une résolution graphique (non détaillée). On en déduit la courbe $M=f(B)$, à T fixé.

- $T > T_c$: la courbe à la même forme que celle des para.

- $T < T_c$: discontinuité en $B=0$ [où la courbe passe de $-M^\circ(T)$ à $+M^\circ(T)$]. Puis augmentation douce avec B jusqu'à M_{\max} .

Données expérimentales de T_c , $M^\circ(T=\text{ambiante})$, [transparent 6](#).

IV – Confrontation avec l'expérience

Cette partie a été faite uniquement à l'oral (et au projo).

[expérience aimantation d'un ferro + visualisation de son cycle d'hystérésis]

Donc tous les ferro ont une aimantation rémanente à T_{ambiante} (qui est $M^\circ(T)$). Par exemple ce bout de ferro est aimanté. Test. Ça ne marche pas !!! Pour qu'un ferro soit aimanté, il faut l'aimanter avec un B non nul. Exp : oui ça marche. En fait on peut même mesurer $M=f(B)$ [ou plutôt $B=f(H)$ mais c'est un peu pareil] qui donne un cycle d'hystérésis.

Comment réconcilier cette observation expérimentale avec la courbe théorique ?

Expérience : observation des domaines de Weiss au microscope.

Les domaines « jaunes » ont une aimantation $+M^\circ(T)$.

Les domaines « marrons » ont une aimantation $-M^\circ(T)$. (ou vice versa)

=> on comprend pourquoi au global ce matériau ne présente pas d'aimantation.

Mais pourquoi le matériau fonde naturellement ces domaines ? ([Feynman](#)) [transparent 7](#)

La taille des domaines résulte d'une compétition entre les énergies $E_{\text{champ B}}$ et E_{paroi} (jusqu'ici on n'avait pas considéré $E_{\text{champ B}}$)

$E_{\text{champ B}}$ diminue avec le nombre de domaines.

E_{paroi} augmente avec le nombre de domaines.

D'où la formation de ces domaines d'une taille précise qui minimise l'énergie totale.

On a compris pourquoi « $M^\circ(T)$ réelle » est nulle. De plus, on peut comprendre le cycle d'hystérésis en acceptant l'idée que les parois séparant les domaines dissipent de l'énergie en « se déplaçant » (explication qualitative toujours dans le livre de [Feynman](#))

CCL : ODG sur différents types de ferro. Pour les applications du type transformateur on veut un cycle étroit ie un matériau doux, pour des applications type aimants permanents on veut un cycle large ie matériau dur. (dans le [Feynman](#) toujours)

Discussion sur les choix que nous avons fait, remarques diverses

Ne faire que pour le cas $J=1/2$: c'est bien.
La partie sur la précéssion n'est pas nécessaire (mais ok).
Il faut absolument mettre des ODG.

La partie à la fin sur les domaine de Weiss est celle à « faire sauter » si on manque de temps (donc la mettre là la fn c'est pas mal).

Beaucoup de manip. On peut en enlever (pourquoi pas mettre le cycle d'hystérésis en prérequis ? Le clou et les domaines de weiss sont des expériences faciles et rapides).

Le plan ne laisse pas beaucoup de souplesse. Hormis pour les ordres de grandeurs qu'ont pourrait mettre ailleurs. (?)
[D'ailleurs je trouve que l'on aurait pu plus mettre en lien les données expérimentales avec la théorie (on aurait peut être pu, par exemple, remonter à une estimation de la constante de couplage spin/spin J via les mesures de T_c ? Ou connaissant la densité n et la constante C d'un para, trouvé leur moment cinétique J ?)]

Au début de nos recherches, nous nous sommes pas mal embrouillé dans les différents calculs...
Voilà un résumé de ce sur quoi nous sommes tombés.

Pour les ferro, le calcul est fait partout a peu pres pareil (à savoir avec des spin $1/2$). Par contre pour les para il existe deux familles de calculs :

- le calcul quantique qui a été présenté ici, mais on peut considérer un moment J quelconque et non pas $1/2$. On tombe alors sur une fonction « de Brillouin » pour M ([Diu](#))

- le calcul semi-classique à la Langevin. On considère un ensemble de moments magnétiques **de norme fixée**, et on fait exactement le même calcul sauf que la direction des moments variant de manière continue, on a des intégrales au lieu des sommes. On tombe sur une fonction « de Langevin » pour M (qui à grosso modo la même allure) ([Diu](#)).

- le théorème de Van Leeuwen : nous dit que tout calcul classique nous donne aucun effet magnétique. (Le raisonnement à la Langevin semble vraiment classique mais en fait le fait de fixer la norme des moments est « l'ingrédient quantique » qui permet d'obtenir un résultat non nul.)([Diu](#))

Questions posées

On s'arrange pour qu'un paramagnétique atteigne le régime de stauration (donc très basse température et grand champ). Est t-il différent d'un ferro à Tambiante?
→ Pour moi rien ne permet de les distinguer. Néanmoins la cause de leur aimantation est très différente... (je n'ai pas trop compris la réponse qu'elle attendait...)

Pas de température de transition pour un paramagnétique ?

→ Si $\chi=C/T$: non. Si $\chi=C/(T-T_c)$: oui (c'est un « faux para », ie un ferro au dessus de sa température critique. Cf [Garing](#) « paramagnétisme de Curie-Weiss »)

D'où vient microscopiquement T_c ?

→ de l'interaction d'échange entre les spins, abordée au III,1.

Dans « l'explication » de l'interaction d'échange, que néglige t-on lorsque l'on écrit $|\psi\rangle = |\text{partie orbitale}\rangle * |\text{partie de spin}\rangle$?

→ on néglige le couplage spin-orbite (-S.L) qui rend les parties orbitale et de spin non indépendantes et donc non factorisables.

Que se passe-t-il lorsque l'on approche un aimant d'un ferromagnétique ?

→ on a d'abord un déplacement des parois puis une rotation d'ensemble des domaines. (plus de détails dans le [Feynman](#))

Qu'est-ce qu'une paroi de Bloch ? ODG ?

→ c'est une zone de transition, dans laquelle les spins ont une direction intermédiaire à celle des domaines qu'elle sépare. ODG : je ne sais pas.

Est-ce possible d'atteindre le domaine de saturation pour un paramagnétique, en laboratoire ?

→ $T \sim 10\text{K}$, $B \sim 10\text{T} \Rightarrow$ début du régime de saturation. Donc c'est possible.

Pourquoi sur O_2 et N_2 on n'apparie pas les derniers électrons ?

→ règle de Hundt.

D'où vient-elle ?

→ de la même interaction d'échange abordée au III,1.

A-t-on toujours $J=1/2$? Exemple ?

→ non : par exemple O_2 : $S=1$ et $L=0$ donc $J=1$.

	$ \chi $	signe de χ	réponse à \vec{B}
DIA	$\ll 1$	$\chi < 0$	REPOUSSE PAR \vec{B}
PARA	$\ll 1$	$\chi > 0$	ATTIRÉ PAR \vec{B}
FERRO	$\gg 1$	$\chi > 0$	ATTIRÉ PAR \vec{B}

OÙ χ EST DÉFINI PAR; AVEC

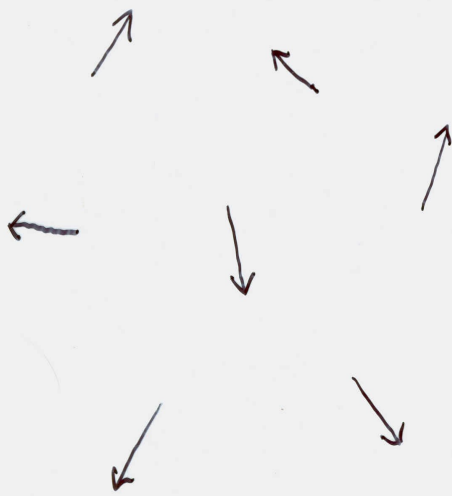
$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

SI $\|\vec{M}\| \ll \|\vec{H}\|$:

$$\vec{M}_{\text{para}}^{\text{dia}} = \vec{M}_{\vec{H}=0} + \underbrace{\frac{\partial M}{\partial H}}_{\vec{H}=0} \vec{H}$$

χ

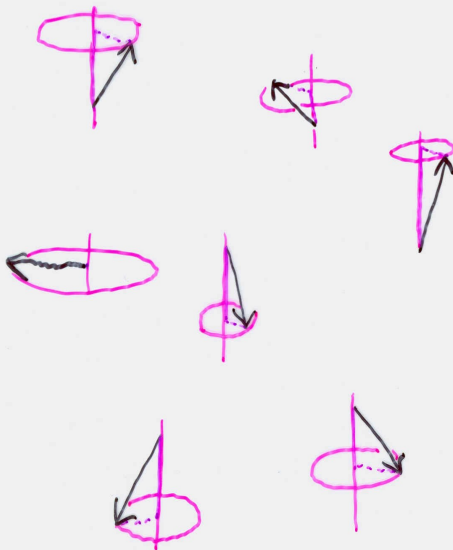
$$\Rightarrow \vec{B}_{\text{para}}^{\text{dia}} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}$$



$t=0$ \vec{B}_0 OFF

Pas d'aimantation spontanée :

$$\vec{M} = \sum_i \vec{\mu}_i = \vec{0}$$



$t > 0$ \vec{B}_0 ON

• $\forall i: \mu_i^z(t) = \mu_i^z(0)$

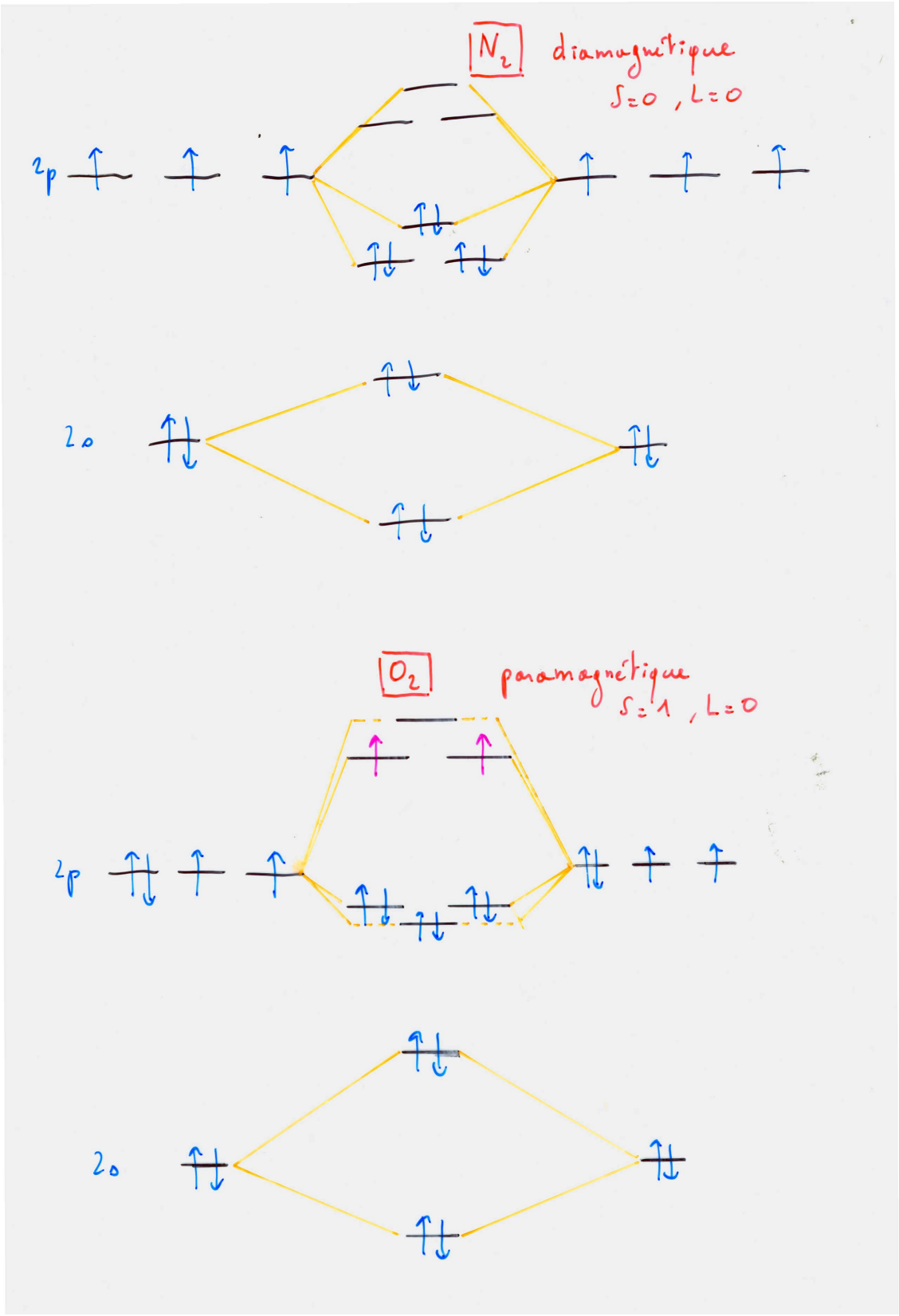
$\Rightarrow \Pi_z = \Pi_z(0) = 0$

• $(\sum_i \mu_i^x)(t) = R_{rot} \left(\sum_i \mu_i^x \right)_{t=0}$

$= 0$

$\Rightarrow \Pi_x = 0$

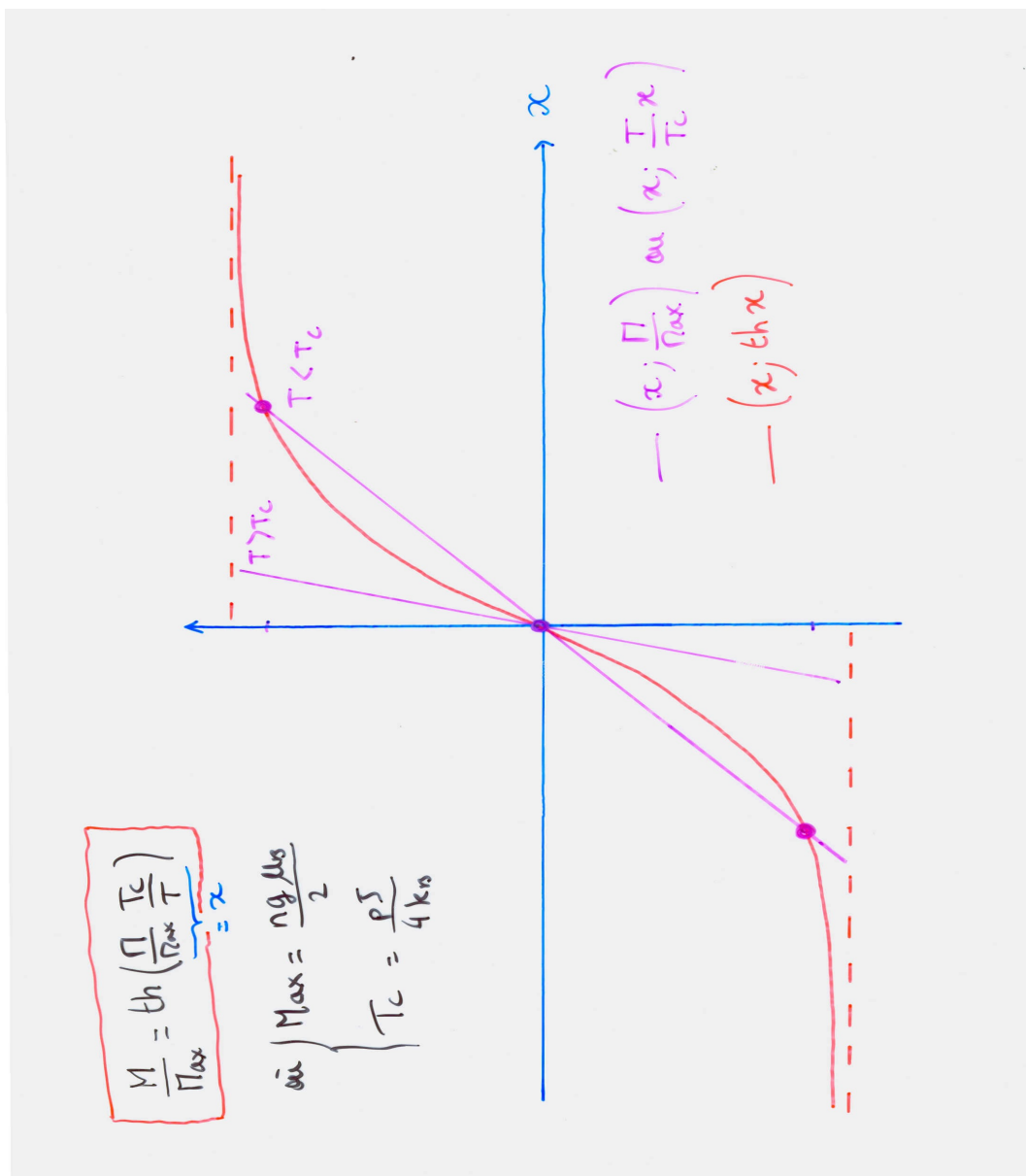
• De même : $\Pi_y = 0$



Élément	densité (g.cm ⁻³)	χ à 25°C
AP	2,70	$21 \cdot 10^{-6}$
Cs	1,87	$5,2 \cdot 10^{-6}$
K	0,87	$5,8 \cdot 10^{-6}$

Propriétés de substances paramagnétiques.

transparent 4 (je ne sais plus d'où viennent ces valeurs, peut être Feynman)



transparent 5

Element	T_c (K)	M (0K) kA/m	M (300K) kA/m
Fe	1043	1735	1720
Co	1394	1445	1370
Ni	631	509	485
Gd	289	2117	0

Propriétés de substances ferromagnétiques pures.

transparent 6 (je ne sais plus d'où viennent ces valeurs, peut être Feynman)

The diagrams show the following configurations:

- Diagram 1:** A single rectangular block with a blue arrow pointing up in the center. Red loops above and below the block represent the magnetic field lines. A box above it contains $B_0 = 0$.
- Diagram 2:** The block is divided into two vertical domains. The left domain has a blue arrow pointing up, and the right domain has a green arrow pointing down. Red loops are shown above and below the block.
- Diagram 3:** The block is divided into four vertical domains. From left to right, the arrows are blue (up), green (down), blue (up), and green (down). Red loops are shown above and below the block.

Below the diagrams, the following relationships are noted:

$$E_{\text{mag}} 1 > E_{\text{mag}} 2 > E_{\text{mag}} 3$$

$$E_{\text{échange}} 1 < E_{\text{échange}} 2 < E_{\text{échange}} 3$$

comme $\left. \begin{array}{l} E_{\text{mag}} = \alpha L^3 \\ E_{\text{paroi}} = \beta L^2 \end{array} \right\} (= E_{\text{échange}})$

$\Rightarrow \exists L_{\text{eq}}$ telle que $E_{\text{mag}} + E_{\text{échange}}$ soit minimale
taille des domaines

$B_0 \neq 0$

\Rightarrow déplacement des parois
 \Rightarrow dissipation d'énergie à cause des impuretés
 \Rightarrow hystérésis

transparent 7