

## LP 40 : Effet tunnel

Corrigée par PIERRE VILLAIN

✧ Niveau : L3

- ✧ Pré-requis :
- ★ Ondes évanescentes, ondes réfléchies
  - ★ Premiers cours de Quantique (f.o., courant de proba, éq. Shröd. ...)
  - ★ Cours élémentaires de supraconductivité
  - ★ Radioactivité  $\alpha$

### Introduction

Nature *ondulatoire* de la matière par DE BROGLIE. Effet tunnel *quantique contre-intuitif* inexplicable en classique : la craie ne traverse pas le tableau.

## I. Description de l'effet tunnel

### 1. Mise en équation [ [Basdevant, Aslangul, Cohen](#) ]

Potentiel constant par morceaux, résolution.

### 2. Probabilité de transmission [ [Félix Lelievre](#) ]

*Continuité* de la *densité de proba.* de présence et de la densité de *courant de proba.*  $\Rightarrow \psi$  est  $C^1$ . Calcul "matriciel" du coef. de transmission. Commentaire, limites (classique, haute barrière, large barrière). *ODG*.

### 3. Cas d'un potentiel quelconque [ [Berkeley](#) ]

Approximation B.W.K.

### 4. Analogie classique à la réflexion totale frustrée [ [Berkeley](#) ]

## II. Modèle de Gamow de la radioactivité $\alpha$

### 1. Position du problème [ [Berkeley](#) ]

Exemples de noyaux radioactifs, forces nucléaires, *ODG*

### 2. Élaboration du modèle [ [Berkeley](#) ]

Modèle du potentiel, facteur de transmission

### 3. Temps de demi-vie [ Berkeley ]

Collisions dans le noyau, proba. d'en sortir  $\Rightarrow$  temps de vie. Superposition courbes théorique / expérimentale.

## III. Étude de l'effet Josephson

### 1. La jonction Josephson [ Feynman , Alloul ]

f.o. supra *macroscopique* des électrons condensés. Modèle effectif de la jonction supra/isolant/supra. *Couplage tunnel = système à 2 niveaux*. Application d'une DDP. Résolution. Courant de jonction. Équations de JOSEPHSON courant-phase et tension-phase. Commentaires. Mesure de  $e/h$ . Étalon du Volt.

### 2. Application au SQUID [ Trémolet, Alloul ]

Superconducting Quantum Interference Device. Circulation du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  induisant des franges d'interférences :  $J_{max} = J_0 \cos(\phi/\phi_0)$  ( $\phi$  le flux de  $\mathbf{B}$ ,  $\phi_0$  le quantum de flux). Utilité pour la mesure de champs magnétiques faibles.

## Questions

**Q** : A-t-on le choix du signe de la phase de la f.o. ?

**R** : Non, convention en MQ : signe fixé pour vérifier SHRÖDINGER.

**Q** : Ça signifie quoi B.W.K. ?

**R** : BRILLOUIN, WENTZEL et KRAMERS.

**Q** : Ça sert à quelque chose la réflexion totale frustrée de l'analogie classique ? Comment fait on en pratique ?

**R** : Euh... On met des prismes.

**Q** : Et si l'on en enlève un ?

**R** : Ha... On excite des plasmons de surface.

**Q** : C'est important de connaître le potentiel dans le noyau pour la radioactivité  $\alpha$  ?

**R** : Non, la particule  $\alpha$  dans le noyau est dans un état de diffusion : on ne s'intéresse qu'à la barrière.

**Q** : Particule  $\alpha$  relativiste ?

**R** : Non,  $E_c \simeq 4 \text{ à } 9 \text{ MeV} \ll m_\alpha c^2 = 4 \text{ GeV}$  (2 neutrons et 2 protons de 1 GeV).

**Q** : Jonction JOSEPHSON,  $|\psi(r, t)|^2$  représente LA densité électronique ?

**R** : Non, celle des paires de COOPER

**Q** : Pourquoi l'équation écrite ne fait plus apparaître de terme cinétique en  $p^2/2m$ , c'est toujours SCHRÖDINGER ?

**R** : Sans couplage, on écrit SCHRÖDINGER stationnaire dans chaque supra. On définit les énergies propres et des états stationnaires. Quand on couple, les états ne sont plus stationnaires mais on fait l'approximation d'un système à 2 niveaux d'où l'équation.

**Q** : L'origine de la circulation de  $\mathbf{A}$  dans le courant de jonction pour le SQUID sous un champ statique ?

**R** : Avec un champ  $\mathbf{B}$ , on prescrit :  $\mathbf{p} \leftrightarrow \mathbf{p} - q \mathbf{A}$ . Comme le courant est lié à la vitesse d'une paire de

charge  $q = -2e$  et de phase  $\theta$  il vient :  $\mathbf{J} = \frac{2e}{m} |\psi(r, t)|^2 (\hbar \nabla \theta - 2e \mathbf{A})$ . Sur un anneau supra interrompu par une jonction JOSEPHSON, la continuité du courant donne  $\Delta \theta = \frac{2e}{\hbar} \int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = -2\pi \frac{\phi}{\phi_0}$ .

L'équation de JOSEPHSON courant-phase finit le travail.

**Q** : ODG d'un courant de jonction ?

**R** : Aucune idée, sûrement plus qu'un courant tunnel de STM (10 pA). Il ne sait pas dans quel bouquin le trouver non plus.

**Q** : Mais sinon... A quoi ça sert un SQUID ?

**R** : On mesure des champs magnétiques très faibles (via leur flux), c'est d'ailleurs la mesure la plus sensible de champ qu'on sache faire. Une application médicale (existante ?) consiste à cartographier le cerveau avec un casque constitué de SQUID sensibles aux champs créés par les neurones. Bien d'autres applications...

## Commentaires

✧ Il y a tout ce qu'il faut dans la leçon.

✧ Le choix de traiter l'effet JOSEPHSON est bon : il faut une application récente impérativement ! Le STM aussi c'est chouette. Mais il faut le faire aussi bien que FÉLIX : potentiel en trapèze etc etc jusqu'à établir l'ODG du courant tunnel ! Connaître la résolution latérale, longitudinale... A la question "où le trouver ?", VILLAIN répond : "sujet 2<sup>nd</sup> concours d'entrée à Cachan".

✧ Mettre système à 2 niveaux en pré-requis

✧ Le manque d'ODG dans la dernière partie fait un peu dissymétrie, les deux autres parties en étant riches. Peut-être trouvable dans le bouquin [ SURFACES SOLIDES : CONCEPTS ET MÉTHODES, S. ANDRIEU & P. MÜLLER, COLLECTION SAVOIRS ACTUELS ].

