

Lp37 : Aspects ondulatoires de la matière,
notion de fonction d'onde.

Vincent Faragout, Id barkach Tijani

1^{er} avril 2015

Niveau L3 :
Prérequis : Physique ondulatoire.
Aspects corpusculaires de la lumière.
Relativité restreinte.
Transformée de Fourier.

1 Introduction

A la fin du 19ème siècle, les scientifiques pensaient que les principaux concepts de la physique étaient connus définitivement. Notamment avec la mécanique classique, l'électromagnétisme et la thermodynamique. Mais avec le début du 20ème siècle et l'émergence de la mécanique quantique on va réussir à comprendre de nouvelles choses à l'échelle de la matière.

2 Mise en évidence des aspects ondulatoires de la matière.

2.1 Contexte historique

HISTORIQUE.

Date	Fait historique	Physicien
1900	Quantification des échanges d'énergie entre le rayonnement et les corps du corps noir	Planck.
1905	Quantification du rayonnement électromagnétique et non plus seulement les échanges. Notion de photon: $E = h\nu$	Einstein
1915	Expérience de Millikan sur l'effet photoélectrique	Millikan
1923	Expérience sur l'effet Compton sur la diffusion de la lumière. Notion d'impulsion du photon	Compton
1923	Dualité onde / corpuscule	De Broglie

FIGURE 1 – Tableau récapitulatif

En 1900, aucun modèle théorique n'arrive à prédire le spectre d'émission du corps noir. C'est la catastrophe ultraviolette. C'est alors que M. Planck a l'idée

révolutionnaire de quantifier es échanges d'énergies entre le rayonnement et les parois du corps noir. Il retrouve alors théoriquement l'ensemble des résultats expérimentaux.

En 1905, Al. Einstein va plus loin et fait l'hypothèse que le rayonnement électromagnétique est lui même quantifié et non plus seulement les échanges.

Le rayonnement se comporte, d'après les lois de la thermodynamique, comme s'il était constitué de quantas d'énergies indépendants et distincts. Des photons d'énergie $E = h\nu$.

Cette quantification lui permet alors d'interpréter l'effet photoélectrique qui ne pouvait être décrit à l'aide de simples modèles classiques. Ce modèle quantique finit par s'imposer à l'aide des expériences de Millikan sur l'effet photoélectrique et de Compton sur la diffusion de la lumière. Compton vérifie bien que le photon a une impulsion $\vec{p} = \hbar \vec{k}$.

En 1923, De Broglie énonce : " les corpuscules matériels, tout comme les photons, peuvent avoir un aspect ondulatoire ". Il associe à toute particule d'impulsion \vec{p} , d'énergie E, une onde de pulsation $\omega = 2\pi\nu$ et de longueur d'onde λ , telle que :

$$E = h\nu \text{ et } \lambda = \frac{h}{p}$$

Avec $h = 6.2626.10^{-34} \text{J.s}$, la constante de Planck. En relativiste, $p = \gamma m v = \frac{\beta E}{c}$ avec $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ et $\beta = \frac{v}{c}$. La relation de De Broglie s'écrit alors :

$$\lambda = \frac{hc}{\beta E}$$

Ordre de grandeur :

Est ce que les propriétés ondulatoires de la matière sont possibles à mettre en évidence dans le domaine macroscopique ?

1/ Traitons le cas du grain de poussière .

$d = 1\mu\text{m}$ $m = 10^{-15} \text{kg}$ $v = 1 \text{mm.s}^{-1}$. On a donc :

$$\lambda = \frac{6.6.10^{-34}}{10^{-15}.10^{-3}} \simeq 6.6.10^{-6} \text{\AA}$$

Ce qui est négligeable à l'échelle du grain. On ne perçoit donc pas les effets quantiques à notre échelle.

2/ Prenons maintenant l'exemple d'un électron de charge e, de masse $m_e = 0.9.10^{-30} \text{kg}$. L'énergie cinétique imposée par une différence de potentiel V s'écrit :

$E = \frac{p^2}{2m} = eV$, d'où :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} \approx \frac{12.3}{\sqrt{V}} \text{\AA}$$

Si $V=100\text{V}$, $\lambda \approx \lambda_{\text{rayons X}}$. On peut donc sonder la matière avec car les distances interatomiques sont de l'ordre de l'Å.

3/ Pour aller plus loin encore vers les petites échelles. On utilise des accélérateurs de particules qui atteignent de très grandes énergies. Les faisceaux d'électrons sont à $1\text{GeV} \gg m_e c^2 = 0.5\text{meV}$. On est donc en relativiste ; $\beta = 1$.

$$\lambda = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.1 \cdot 6 \cdot 10^{-10}} \approx 1.2 \text{ Fermi}$$

On accède donc à la structure des noyaux atomiques (Fermi \approx taille du proton). Louis De Broglie sera récompensé par la confirmation expérimentale de Davisson et Germer en 1927 et un prix Nobel en 1929.

2.2 Expérience de Davisson et Germer

L'expérience de Davisson et Germer consiste à envoyer sur un cristal de Nickel un faisceau d'électrons monocinétiques (en chauffant un filament métallique). On recueille les électrons avec un compteur ou une plaque fluorescente. On observe en sortie une figure de diffraction semblable à celle obtenue avec le même cristal avec des rayons X. Elle est même superposable si :

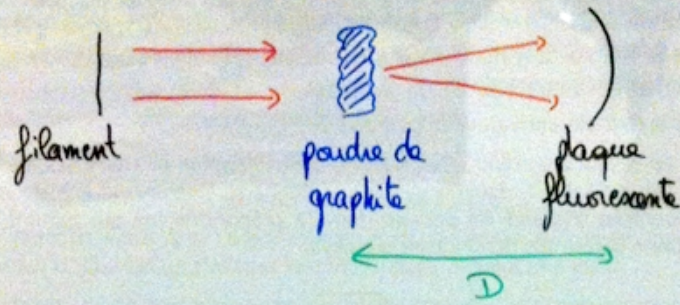
$$\lambda_X = \lambda_e \approx \frac{12.3}{\sqrt{V}} \text{ \AA}$$

Il y a donc là, la preuve du comportement ondulatoire des électrons.

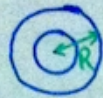
Expérience à faire : On reproduit l'expérience de diffraction d'électrons sur poudre de graphite. On envoie un faisceau d'électrons sur un échantillon de graphite. On observe deux anneaux caractéristiques du phénomène de diffraction. Il s'agit des ordres 1 : en effet le graphite possède deux distances interréticulaires entre plans cristallin $d_1 = 0.123\text{nm}$ et $d_2 = 0.213\text{nm}$.

On suppose que la vibration associée aux particules incidentes, de longueur d'onde λ , est diffusée élastiquement pour les atomes du réseau cristallin. Les pics d'intensités sont obtenus dans les directions pour lesquels les ondes interfèrent constructivement, on a donc la relation de Bragg qui s'applique : $2d\sin(\theta) = n\lambda$. Grâce aux rayons des anneaux on remonte à λ , grâce à la tension que l'on applique on remonte à p . On peut vérifier la relation de De Broglie en traçant $\lambda = f(\frac{1}{p})$. Voici le transparent qui décrit l'expérience, suivi de notre courbe expérimentale.

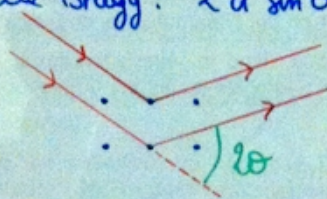
EXPÉRIENCE



On observe:



Condition de Bragg: $2d \sin \theta = m \lambda$



On a des petits angles $\Rightarrow \sin 2\theta = \frac{R}{D} = 2 \sin \theta$

\Rightarrow à l'ordre 1:

$$\lambda = \frac{Rd}{D}$$

et $\frac{p^2}{2m_e} = eV$

$$\Rightarrow p = \sqrt{2m_e eV}$$

On trace $\lambda = f\left(\frac{1}{p}\right)$ pour retrouver:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

FIGURE 2 – Description de l'expérience.

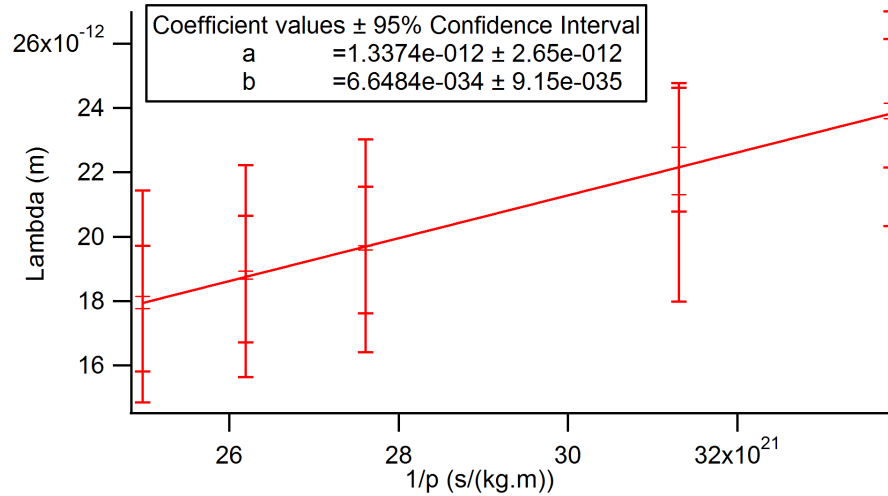


FIGURE 3 – Résultat de l'expérience. On obtient une pente $6.6 \cdot 10^{-34} \pm \dots \text{J.s}$. On retrouve donc bien la valeur de la constante de Planck. La relation de De Broglie est vérifiée. Le caractère ondulatoire de la matière l'est aussi.

Les appareils utilisant la diffraction des électrons sont couramment utilisés : comme dans l'étude des propriétés des matériaux et des surfaces.

2.3 Interférences des ondes de matière

Si la matière présente un comportement ondulatoire, il est donc possible d'observer des interférences à l'échelle quantique. Le système le plus simple est le dispositif type trous d'Young. Au fil des années, des expériences ont été menées avec des objets de taille, masse et complexité croissante. On choisit d'en présenter deux.

1/ L'expérience de Carnal en 1991 : diffraction d'atomes d'Hélium par des fentes d'Young. (Voir Transparent en fin de doc)

Puisqu'on a affaire à des figures d'interférences. On regarde si l'hypothèse de De Broglie est toujours vérifiée. L'interfrange s'exprime :

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

Avec λ = longueur d'onde de De Broglie. D est la distance entre les fentes et le détecteur. a est la distance entre les fentes. D'après le texte, on a $\lambda_{He} = 1.03 \text{ \AA}$ $D = 64 \text{ cm}$ $a = 8 \mu\text{m}$. On a donc théoriquement $i_{He} \approx 8.2 \mu\text{m}$.

La valeur moyenne mesurée expérimentalement est $i = 7.7 \pm 0.5 \mu\text{m}$. Il y a donc un bon accord avec l'expérience.

2/ L'expérience de Zeilinger (1999) : Diffraction des molécules de Fullerène par des fentes. (Voir transparent en fin de doc)

La vitesse moyenne des fullerènes est $v = 117m.s^{-1}$. On calcule la longueur d'onde de De Broglie puis l'interfrange théorique..

$$\lambda_{C_{60}} = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{12 * 60 * 1,67 \cdot 10^{-27} * 117} \approx 4,7 \cdot 10^{-12} m$$

$$i = \frac{\lambda_{C_{60}} * D}{a} = \frac{4,7 \cdot 10^{-12} * 1,25}{100 \cdot 10^{-9}} \approx 59 \mu m$$

C'est ce qu'on observe sur la figure d'interférence.

Ainsi à l'échelle microscopique les particules adoptent un comportement ondulatoire. Mais l'analyse plus détaillée du phénomène d'interférence va nous permettre de mieux appréhender la mécanique quantique qui n'est pas une simple théorie ondulatoire.

3 Description quantique de la matière

3.1 Dualité onde/corpuscule

On peut regarder comment se construit la figure d'interférence au cours du temps. (Montrer la vidéo qui est mise en pièce jointe avec le CR).

On observe des impacts de particules en des endroits précis de l'écran donc cela confirme l'aspect corpusculaire qui semble d'ailleurs aléatoire. Mais si on attend quelques instants on peut voir que ce n'est pas si aléatoire que ça car on voit se former une figure d'interférence. La particule se comporte comme une onde. Toutefois chaque particule est envoyée seule, elle passe donc par une ou l'autre des fentes. Mais la tout se passe comme si elle était passée par les deux fentes en même temps puis avait "interféré avec elle même". Afin d'essayer de comprendre cela, de manière semblable au traitement classique on introduit les amplitudes de probabilités $\psi_1(x)$ et $\psi_2(x)$ pour que la particule atteigne un point x de l'écran après être passée par la fente 1 ou la fente 2. Ainsi la probabilité de présence de la particule en un point x de l'écran s'écrit :

$$P(x) = |\psi_1(x) + \psi_2(x)|^2$$

On voit donc qu' on ne peut plus parler de trajectoire au sens classique du terme à cause de la dualité onde/corpuscule. On va donc parler de fonction d'onde.

3.2 Description probabiliste : notion de fonction d'onde

En mécanique quantique, l'état d'une particule va donc être décrit par une fonction d'onde. C'est un champs scalaire qu'on va noter $\psi(\vec{r}, t)$. On a vu plus tôt, que l'on raisonnait en terme de probabilité donc on peut définir cette probabilité de trouver la particule à l'instant t dans un volume d^3r entourant le point \vec{r} comme :

$$d^3P(\vec{r}) = |\psi(\vec{r}, t)|^2 d^3r$$

La fonction d'onde a le sens d'une amplitude de probabilité de trouver la particule au point \vec{r} .

Conséquences : 1/ ψ est de carré sommable et normalisé à 1 : $\int |\psi(\vec{r}, t)|^2 d^3r = 1$

2/ ψ a la dimension d'un longueur à la puissance -3/2.

3/ Si deux fonctions d'onde diffèrent seulement d'un facteur de phase constant $e^{i\alpha}$ alors elles décrivent le même état.

A partir de là on peut faire des mesures et notamment mesurer la position d'une particule. En particulier, si on prépare N particules dans le même état alors les N résultats de mesure de la position \vec{r} suivra la loi de probabilité $P(\vec{r})$. Et donc la valeur moyenne de ces résultats et l'écart quadratique moyen sur une coordonnée seront égaux à :

$$\langle \vec{r} \rangle = \int \vec{r} |\psi(\vec{r}, t)|^2 d^3r$$

$$\Delta x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

C'est en 1926 que Born a proposé cette interprétation probabiliste de ψ .

3.3 Principe de superposition

Si on considère toujours l'expérience des trous d'Young. Si on connaît les fonctions d'ondes $\psi_1(\vec{r}_d, t)$ pour l'onde diffracté par la fente 1 et $\psi_2(\vec{r}_d, t)$ pour la fente 2, en tout point \vec{r}_d de l'écran de détection. Alors on verra le phénomène d'interférence avec les deux fentes si la fonction d'onde totale vérifie :

$$\psi(\vec{r}_d, t) = \alpha\psi_1(\vec{r}_d, t) + \psi_2(\vec{r}_d, t)$$

Cette propriété fondamentale est le principe de superposition de la mécanique quantique. Autrement dit : Toute combinaison linéaire de fonctions d'ondes possible est également une fonction d'onde possible. On peut aussi écrire cela : si $\psi_1(\vec{r}, t)$ et $\psi_2(\vec{r}, t)$ sont des états possibles alors $\psi(\vec{r}, t) = \alpha_1\psi_1(\vec{r}, t) + \alpha_2\psi_2(\vec{r}, t)$ où $(\alpha_1, \alpha_2) \in \mathbb{C}^2$ est également un état possible.

* On a donc un espace vectoriel formé par la famille des fonctions d'ondes du système.

* L'équation d'onde qui régit le système doit être linéaire.

4 Dynamique de la fonction d'onde

4.1 Équation de Schrödinger et ondes libres de De Broglie.

En considérant toujours le phénomène d'interférence, on peut avoir l'idée, comme en optique, d'écrire la fonction d'onde comme une onde plane monochromatique de la forme

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

Et avec les relations de De Broglie $E = \hbar\omega$ et $\vec{p} = \hbar\vec{k}$. On peut écrire la fonction d'onde libre de De Broglie.

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)}$$

Et avec ces conventions on obtient :

$$1/ \frac{d\psi(\vec{r}, t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar} E \psi(\vec{r}, t)$$

$$2/ \text{ De même si on a une fonction d'onde à une dimension : } \frac{d^2\psi(x, t)}{dx^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi(x, t)$$

Donc en généralisant ce résultat à plusieurs dimensions on peut écrire :

$$\Delta\psi(\vec{r}, t) = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi(\vec{r}, t)$$

Or si la particule évolue dans un potentiel V : son énergie est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle donc : $E = \frac{p^2}{2m} + V$. En multipliant cette équation par la fonction d'onde on obtient :

$$E\psi(\vec{r}, t) = \frac{p^2}{2m} \psi(\vec{r}, t) + V\psi(\vec{r}, t)$$

On peut donc en déduire l'équation vérifiée par $\psi(\vec{r}, t)$:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\psi(\vec{r}, t) + V\psi(\vec{r}, t)$$

Qui n'est autre que l'équation de Schrödinger. C'est une équation linéaire donc c'est conforme avec le principe de superposition. Elle a été écrite en 1926 et Schrödinger obtiendra le prix Nobel en 1933 pour ces travaux. Cependant cette équation ne nous permet pas de connaître le résultat d'une mesure à cause de l'interprétation probabiliste. L'équation de Schrödinger ne sélectionne pas une réalité unique mais décrit l'évolution cohérente de plusieurs probabilités. Il est donc nécessaire de parler de paquets d'ondes.

4.2 Paquet d'ondes

Une onde plane monochromatique comme on l'a vu avant n'est pas normalisée donc ça ne peut pas être une solution acceptable de l'équation de Schrödinger. L'état physique sera donc constitué d'une superposition linéaire de ces ondes planes monochromatiques. C'est un paquet d'ondes.

On peut donc écrire :

$$\psi(\vec{r}, t) = \int \phi(\vec{p}) e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)/\hbar} \frac{d^3p}{h^{\frac{3}{2}}} = \int \varphi(\vec{p}, t) e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r})} \frac{d^3p}{h^{\frac{3}{2}}}$$

On peut comme ça remarquer la transformée de Fourier.

Propagation du paquet d'ondes à 1D : On a : $\psi(x, t) = \int g(k) e^{i(kx - \omega(k)t)} d^3k$.
 On suppose que l'étalement de $g(k)$ est faible autour de son centre k_0 pour que l'on puisse écrire :

$$\omega(k) \simeq \omega_0 + v_g(k - k_0)$$

Avec $\omega_0 = \omega(k_0)$ et $v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0}$. Donc :

$$\psi(x, t) \simeq \int g(k) e^{i(k(x - v_g t) - \omega_0 t + k_0 v_g t)} d^3k \simeq e^{i(k_0 v_g - \omega_0 t)} \psi(x - v_g t, 0)$$

Ainsi : $|\psi(x, t)|^2 = |\psi(x - v_g t, 0)|^2$ donc la densité de probabilité de présence se propage donc suivant l'axe x à la vitesse v_g : la vitesse de groupe.

On peut calculer la vitesse de phase : $v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{p}{2m} = \frac{\hbar k}{2m}$. On a donc une dispersion du paquet d'onde car v_φ dépend de k . Il y aura un étalement du paquet d'ondes au cours du temps. Et la vitesse de groupe

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0} = \frac{1}{\hbar} \left. \frac{d(\hbar^2 k^2)}{dk} \right|_{k=k_0} = \frac{\hbar k_0}{2m}$$

On retrouve la vitesse d'une particule classique d'impulsion $p_0 = \hbar k_0$.

4.3 Inégalité de Heisenberg

On peut, comme pour la position, écrire la probabilité lors d'une mesure d'impulsion de la particule de la trouver dans un volume d^3p autour de \vec{p} :

$$d^3P(\vec{p}) = |\varphi(\vec{p})|^2 d^3p$$

et par propriété de la transformée de Fourier : plus la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$ est étroite, plus sa transformée de Fourier $\varphi(\vec{p}, t)$ est large et inversement. On obtient donc les inégalités de Heisenberg suivantes :

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

On ne peut donc pas connaître parfaitement à la fois la position et l'impulsion d'une particule.

Démonstration : On a :

$$\langle k^2 \rangle = \int k^2 |\psi(k)|^2 dk = \int k^2 \left| \frac{d\psi}{dx} \right|^2 dx$$

Il s'agit de l'égalité de Parseval-Plancherel. Et si on prend $\langle x \rangle = \langle k \rangle = 0$ et si on pose le polynôme :

$$P(\lambda) = \int \left| x\psi(x) - \lambda \frac{d\psi}{dx} \right|^2 dx = \Delta k^2 \lambda^2 + \lambda + \Delta x^2$$

Il s'agit d'un polynôme défini positif donc le discriminant est négatif. D'où :

$$1 - 4\Delta k^2 \Delta x^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow \Delta k \Delta x \geq \frac{1}{2}$$

Ordre de grandeur : 1/ Pour un électron libre confiné dans un volume de taille typique de celle d'un atome : $\Delta x_{t=0} \approx 1\text{\AA}$. Alors $\Delta p_{t=0} \approx m_e \Delta v_0 \geq \frac{\hbar}{\Delta x_{t=0}} = 5,3 \cdot 10^{-25} \text{kg.m.s}^{-1}$. Et donc par exemple au bout de 1 seconde : $\Delta x_{t=1s} \approx t \Delta v_0 \approx 580 \text{km}$

L'électron est délocalisé en un temps très faible dans le cristal.

2/ Pour une goutte d'eau par exemple avec une masse de 1mg, localisée avec une précision de $\Delta x_{t=0} \approx 1 \text{mm}$. Alors $\Delta p_{t=0} \approx m_e \Delta v_0 \geq \frac{\hbar}{\Delta x_{t=0}} = 5,3 \cdot 10^{-32} \text{kg.m.s}^{-1}$. Et donc on peut regarder au bout de combien de temps dans ce cas l'incertitude en position va doubler : $\Delta x_t \approx 2 \text{mm}$.

$$t \Delta v_0 = 2 \text{mm}$$

$$t = 3,8 \cdot 10^{22} \text{s} \approx 10^{15} \text{années.}$$

On peut tout à fait négliger les effets quantiques ici.

5 Conclusion

Au cours de cette leçon on a pu voir que la mécanique quantique semblait peu intuitive. Mais cette théorie qui est assez récente est très bien vérifiée expérimentalement. Elle a part ailleurs beaucoup d'applications (lasers, semi-conducteurs, microscopie, ...)

6 Questions et commentaires

Questions :

1/ Quel est le concept physique classique, que l'on a abandonné ?

La notion de trajectoire.

2/ Pour la diffraction d'électrons, comment s'assurer que le modèle de l'onde plane est valable ?

Même pour quelques fractions de secondes, l'électron est très délocalisé. La description via une onde convient bien.

3/ La notion d'aléatoire a il le même sens en quantique qu'en classique ?

Non, car même si l'on connaît parfaitement l'état quantique initial de la particule, on ne peut suivre précisément le parcours de la particule au cours du temps.

Commentaires :

La première partie est bonne, il faut la garder. La deuxième partie est à améliorer en insistant sur le système quantique individuel et ses particularités. La dernière partie est à garder aussi.

Diffraction d'atomes d'hélium par des fentes d'Young (Carnal, 1991)

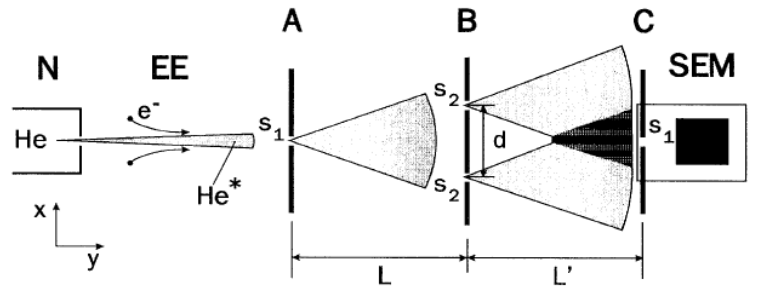


FIG. 2. Schematic representation of the experimental setup: nozzle system and gas reservoir N; electron impact excitation EE; entrance slit A, double slit B, and detector screen C; secondary electron multiplier SEM (mounted together with C on a translation stage). Dimensions: $d=8\ \mu\text{m}$, $L=L'=64\ \text{cm}$; slit widths: $s_1=2\ \mu\text{m}$, $s_2=1\ \mu\text{m}$.

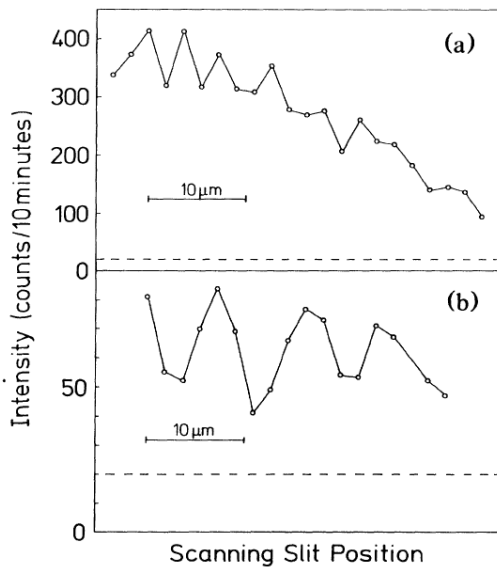


FIG. 4. Measured atomic intensity profiles in the detector plane as a function of the lateral detector position x . The profile is probed with the $2\text{-}\mu\text{m}$ -wide single slit. Atomic wavelength (a) $\lambda_{dB}=0.56\ \text{\AA}$ and (b) $\lambda_{dB}=1.03\ \text{\AA}$. The number of detected atoms during 10 min is plotted on the vertical axis. The dashed line is the detector background, with the atomic beam blocked in front of the entrance slit. The line connecting the experimental data is a guide to the eye.

interferometer where only the relative phase between the two different paths and not the actual shape of the interference pattern is important. Figure 5 shows a typical result of an experimental run with the $8\text{-}\mu\text{m}$ grating in the detector plane and a wavelength of $\lambda_{dB}=1.03\ \text{\AA}$. The average distance between two maxima is determined to be $7.7 \pm 0.5\ \mu\text{m}$, which differs from the theoretical value by about 5% and is within the limited accuracy of

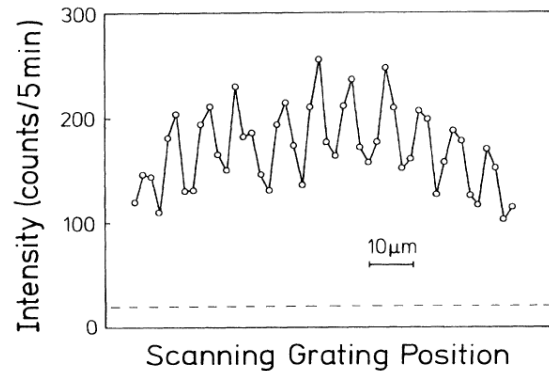


FIG. 5. Atomic density profile, monitored with the $8\text{-}\mu\text{m}$ grating in the detector plane, as a function of the lateral grating displacement. The dashed line is the detector background. The line connecting the experimental points is a guide to the eye.

Diffraction de fullerène par des fentes (expérience de Zeilinger, 1999)

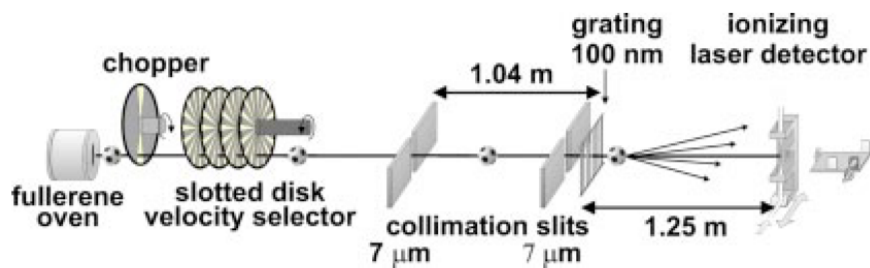


Fig. 3. Setup of the diffraction experiment. Fullerene molecules are sublimated in the oven at 900 K. The spectral coherence can be improved using a mechanical velocity selector. Two collimating slits improve the spatial coherence and limit the angular spread of the beam to smaller than the expected diffraction angle. A SiN grating with a 100 nm period and 50 nm openings is used to diffract the incident molecular waves. The molecular far-field distribution is observed using a scanning laser-ionization detector.

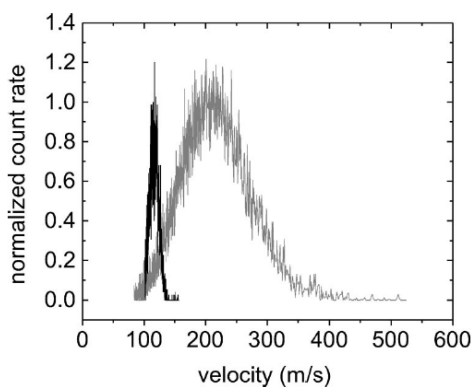


Fig. 5. Velocity distribution of the C_{60} molecules for a thermal and a velocity selected beam. The thermal beam (gray curve) is centered around $\bar{v} = 200$ m/s and has a width of $\Delta v/v \sim 0.6$, while the selected beam (black curve) is centered around $\bar{v} = 117$ m/s with a width of $\Delta v/v \sim 0.17$. We therefore expect the velocity selected interference pattern to be expanded by 70% on the screen and to show at least three times ($\approx 0.6/0.17$) as many interference orders as the unselected pattern.

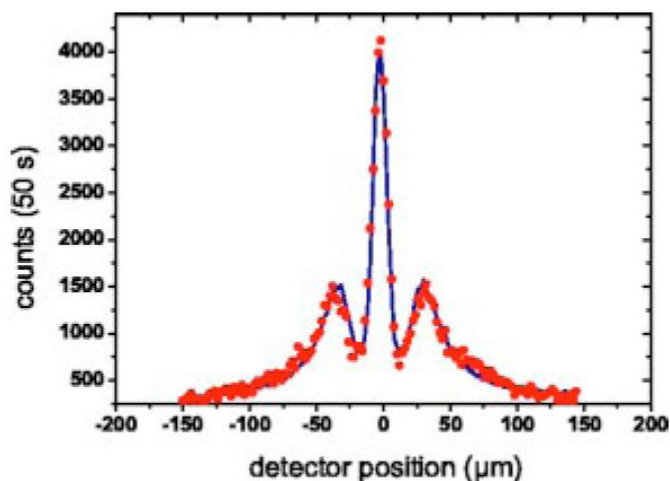


Fig. 6. Far-field diffraction of C_{60} using a thermal beam of $\bar{v} = 200$ m/s with a velocity spread of $\Delta v/v \sim 60\%$. The absence of higher order interference fringes is due to the poor spectral coherence.

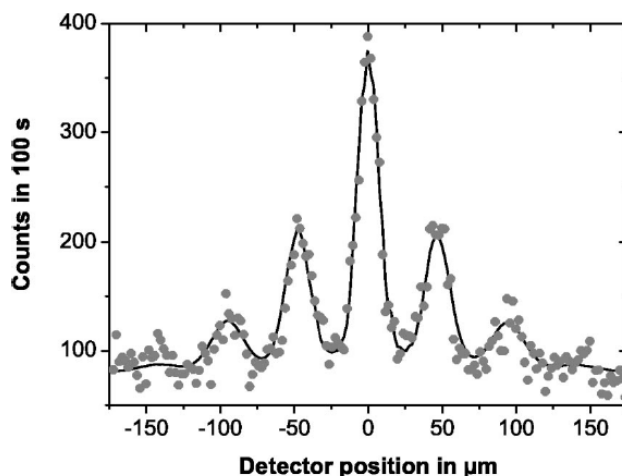


Fig. 7. Far-field diffraction of C_{60} using the slotted disk velocity selector. The mean velocity was $\bar{v} = 117$ m/s, and the width was $\Delta v/v \sim 17\%$. Full circles represent the experimental data. The full line is a numerical model based on Kirchhoff–Fresnel diffraction theory. The van der Waals interaction between the molecule and the grating wall is taken into account in form of a reduced slit width. Grating defects (holes) additionally contribute to the zeroth order.