

Correction LP36

Emission et absorption de la lumière.

Correcteur: Vincent JACQUES.

Amaudric BOISSE et Mathias PIERRE.

4 février 2014

Table des matières

1	Introduction :	2
2	Les coefficients d'Einstein :	2
2.1	Le milieu matériel :	2
2.2	Echanges d'énergie entre un milieu atomique à deux niveaux et un rayonnement :	3
2.2.1	L'émission spontanée :	3
2.2.2	L'absorption :	3
2.2.3	L'émission stimulée :	4
3	Bilan en photons et atomes :	5
3.1	Corps noir :	5
3.2	Courbe de saturation :	5
4	Le LASER :	6
4.1	Le milieu amplificateur :	6
4.2	Le laser à quatre niveaux :	7
4.3	La cavité de résonance :	7
4.4	Applications :	7
5	Questions :	8

1 Introduction :

1900 : Loi de Planck du rayonnement du corps noir. Quantification des échanges d'énergie entre le champ électromagnétique et la matière.

1905 : « Quantum de lumière » par Einstein.

1913 : Quantification des niveaux d'énergie électronique dans l'atome par Bohr.

1917 : Modèle semi-classique d'Einstein de l'interaction lumière-matière. C'est ce modèle que nous allons étudier dans cette leçon.

Avant Einstein le modèle de l'électron élastiquement lié était utilisé et a permis d'obtenir d'excellents résultats dans le cadre des interactions entre le champ électromagnétique et la matière. Par exemple, les indices optiques, la biréfringence, la dispersion, ... Mais ce modèle se montre limité pour expliquer les phénomènes purement quantiques. D'où la nécessité de développer un nouveau modèle.

2 Les coefficients d'Einstein :

2.1 Le milieu matériel :

Le milieu matériel peut être constitué d'atomes, de molécules ou d'ions. Nous ne parlerons que des milieux atomiques dans cette leçon (même si les autres milieux se traitent exactement de la même manière).

L'énergie d'un atome ne peut prendre qu'une suite discrète de niveaux d'énergie. Il en existe cependant un très grand nombre. Les processus que nous allons étudier n'en font intervenir qu'un nombre restreint. Dans cette leçon nous considérerons des atomes à deux niveaux d'énergie.

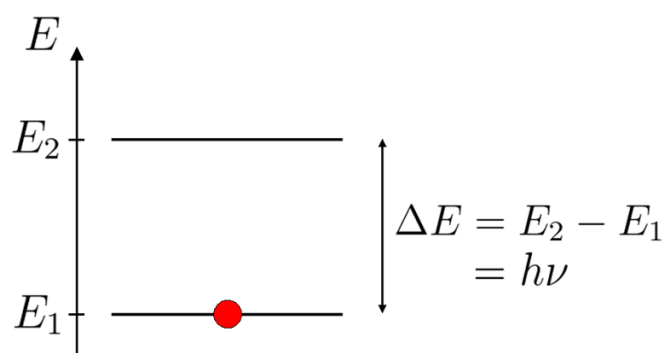


FIGURE 1 – Niveaux d'énergie d'un atome du milieu matériel.

Chaque niveau d'énergie est caractérisé par :

- son énergie E .
- sa dégénérescence g .
- sa population N .
- sa durée de vie τ .

A l'équilibre thermodynamique, Maxwell-Boltzman donne : $\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}}$.

2.2 Echanges d'énergie entre un milieu atomique à deux niveaux et un rayonnement :

Ces processus typiquement quantiques ont été modélisé en 1917 par Einstein alors que les fondements de la mécanique quantique était encore mal connus.

Dans chaque cas , l'énergie de l'atome subit une modification d'une quantité $E_2 - E_1$ et le champ perd ou gagne un photon de fréquence : $\nu = \frac{E_2-E_1}{h}$.

2.2.1 L'émission spontanée :

Un atome transite spontanément du niveau 2 vers le niveau 1 en émettant un photon d'énergie $E=hf$. Le niveau 2 se dépeuple au profit du niveau 1.

Le taux d'émission spontanée par atome et par unité de temps, notée A_{21} , est dénommé coefficient d'Einstein. Il s'exprime en s-1.

Evolution de N_2 au cours du temps : $dN_{2sp} = -A_{21}N_2dt$. On a : $N_2(t) = N_2(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = \frac{1}{A_{21}}$, durée de vie radiative du niveau 2.

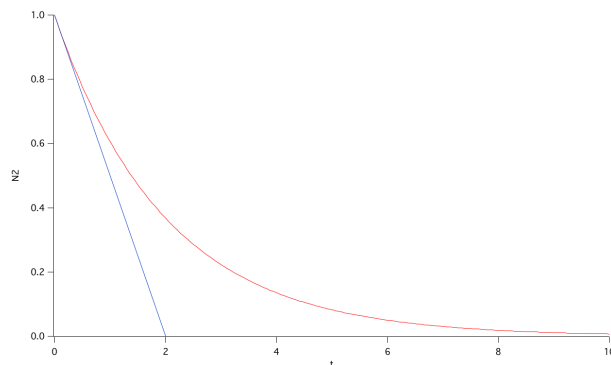


FIGURE 2 – Evolution de N_2 au cours du temps.

2.2.2 L'absorption :

Un atome du niveau 1 atteint le niveau 2 en absorbant un photon d'énergie $h\nu$. Le niveau 2 se peuple au dépend du niveau 1.

L'absorption est un processus induit par le champ électromagnétique incident : la probabilité de transition par atome et par unité de temps est proportionnelle à l'intensité de l'onde.

La probabilité de transition s'écrit : $W_{12} = B_{12}\Phi(\omega)u(\omega)C_{12}(\vec{\epsilon})$, où B_{12} est le coefficient d'Einstein pour l'absorption, Φ est le profil de raie normalisé de la transition 12, u est la densité d'énergie du champ électromagnétique et C_{12} est un terme qui exprime la

polarisation des photons (utile pour l'établissement des règles de sélection).

On exprime u en écrivant l'intensité de l'onde électromagnétique :
 $I = u(\omega)c = \Pi_{phot}\hbar\omega$, où Π_{phot} est le flux de photons. D'où $u(\omega) = \frac{\Pi_{phot}\hbar\omega}{c}$.

On a donc $W_{12} = B_{12}\Phi(\omega)\frac{\Pi_{phot}\hbar\omega}{c}C_{12}(\vec{\epsilon})$ et $W_{12} = \sigma_{12}(\omega)\frac{I}{\hbar\omega}$, avec $\sigma_{12} = B_{12}\Phi(\omega)\frac{\hbar\omega}{c}$.

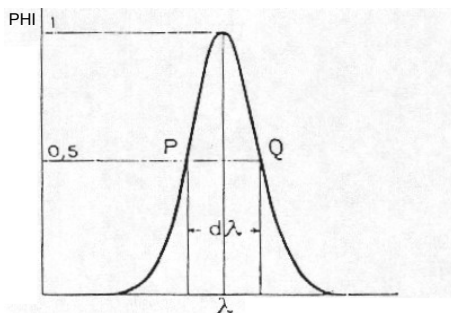


FIGURE 3 – Profil de raie.

2.2.3 L'émission stimulée :

C'est le processus le moins intuitif mais il est tout de même à la base du fonctionnement des lasers. Un photon d'énergie $h\nu$ induit la désexcitation d'un atome du niveau 2 vers le niveau 1. Celle-ci s'accompagne de l'émission d'un photon de caractéristiques identiques à celles du photon incident (fréquence, polarisation, direction, ...). Il y a enrichissement de la lumière en photons identiques.

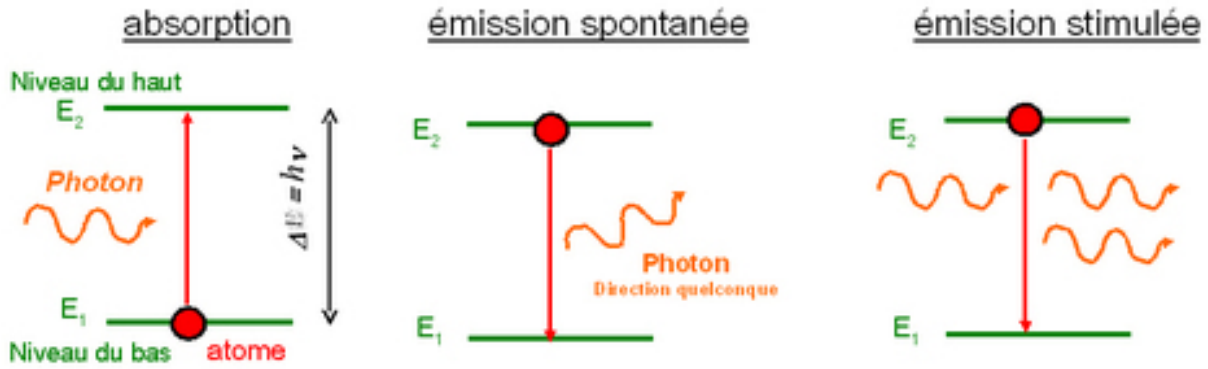
L'absorption est un processus induit par le champ électromagnétique incident : la probabilité de transition par atome et par unité de temps est proportionnelle à l'intensité de l'onde.

La probabilité de transition s'écrit : $W_{21} = B_{21}\Phi(\omega)u(\omega)C_{21}(\vec{\epsilon})$, où B_{21} est le coefficient d'Einstein pour l'émission stimulée, Φ est le profil de raie normalisé de la transition 21, u est la densité d'énergie du champ électromagnétique et C_{21} est un terme qui exprime la polarisation des photons (utile pour l'établissement des règles de sélection).

On exprime u en écrivant l'intensité de l'onde électromagnétique :
 $I = u(\omega)c = \Pi_{phot}\hbar\omega$. D'où $u(\omega) = \frac{\Pi_{phot}\hbar\omega}{c}$.

On a donc $W_{21} = B_{21}\Phi(\omega)\frac{\Pi_{phot}\hbar\omega}{c}C_{21}(\vec{\epsilon})$ et $W_{21} = \sigma_{21}(\omega)\frac{I}{\hbar\omega}$, avec $\sigma_{21} = B_{21}\Phi(\omega)\frac{\hbar\omega}{c}$.

On montre en optique quantique que $B_{12} = B_{21}$.



3 Bilan en photons et atomes :

3.1 Corps noir :

On considère un état stationnaire, dans une boîte. On n'utilise plus $u(\omega)$ mais $\rho(\omega)$, la densité spectrale d'énergie entre ω et $\omega + d\omega$.

$$\frac{dN_1}{dt} = 0 = -B\rho(\omega)\Phi(\omega)N_1 + B\rho(\omega)\Phi(\omega)N_2 + AN_2.$$

On intègre sur $d\omega$ entre $-\infty$ et $+\infty$ en sachant que Φ varie beaucoup plus rapidement que ρ . On peut donc considérer ρ constant : $\rho(\omega) = \rho(\omega_0)$.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\omega)\Phi(\omega) d\omega = \rho(\omega_0) \text{ car } \Phi(\omega) \text{ est normalisé.}$$

$$\text{On a donc : } \rho(\omega_0)B[N_2 - N_1] + AN_2 = 0$$

D'après la loi de Maxwell-Boltzman, on a : $\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}}$ (avec $g_1 = g_2$).

On obtient : $\rho(\omega_0) = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_0}{kT}} - 1}$, à comparer avec la loi de Planck qui décrit la densité de rayonnement à l'équilibre dans une cavité de dimension finie : $\rho(\omega)d\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$.

D'où $\frac{A}{B} = \frac{\hbar\omega_0^3}{\pi^2 c^3} = \frac{8\pi h}{\lambda_0^3}$. (Faire des ordres de grandeur et des commentaires. Il est très difficile de fabriquer un laser à faible λ_0). Les coefficients d'Einstein ne sont pas indépendants. Il y a un lien entre σ et τ .

Attention, A et B n'ont pas la même unité!

3.2 Courbe de saturation :

On fait un bilan d'énergie sur un cylindre de longueur dz et de section S , en négligeant l'émission spontanée.

$$S[I(z + dz) - I(z)] = WN_2\hbar\omega\frac{Sdz}{V} - WN_1\hbar\omega\frac{Sdz}{V}, \text{ avec } I \text{ en } J.m^{-2}.s^{-1}.$$

$$\frac{dI}{dz} = n_{at} W \hbar \omega [\Pi_2 - \Pi_1], \text{ où } \Pi_2 = \frac{N_2}{N_{tot}} \text{ est la probabilité de transition et } n_{at} = \frac{N_{tot}}{V}.$$

Système à deux niveaux : $\frac{d\Pi_2}{dt} = W[\Pi_1 - \Pi_2] - \Gamma\Pi_2$, où Γ est le taux d'émission spontanée.

Système fermé : $\Pi_1 + \Pi_2 = 1$.

On a $\Pi_2 = \frac{W}{2W + \Gamma}$ et $\Pi_2 - \Pi_1 = -\frac{\Gamma}{2W + \Gamma} < 0$, en stationnaire. Impossible d'inverser un système à deux niveaux!!

$I = \Pi_{phot} \hbar \omega$ et $W = \sigma \Pi_{phot}$, où Π_{phot} est le flux de photon.

Saturation : $\Pi_2 - \Pi_1 = -\frac{1}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}$ avec $I_{sat} = \frac{\hbar \omega}{\sigma} \Gamma$. On a alors : $\frac{dI}{dz} = -n_{at} \sigma I \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}$.

Si $I \ll I_{sat}$, $\frac{dI}{dz} = -n_{at} \sigma I$. On retrouve la loi de Beer-Lambert.

Si $I \gg I_{sat}$, $\frac{dI}{dz} = 0$. Il y a saturation. (Application : Spectroscopie d'absorption saturée.)

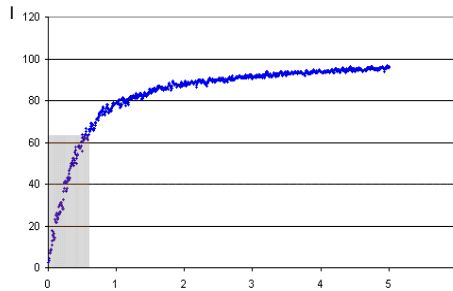


FIGURE 4 – Courbe de saturation.

4 Le LASER :

4.1 Le milieu amplificateur :

On cherche à amplifier un champ électromagnétique. Pour cela on utilise le processus d'émission stimulée des milieux matériels. Faisons un bilan de puissance sur un cylindre de longueur dz et de section S , en négligeant l'émission spontanée.

$$[I(z + dz) - I(z)]Sdt = [-\sigma I N_1 + \sigma I N_2] \frac{Sdzdt}{V}$$

$$\frac{dI}{dz} = \frac{\sigma I \Delta N}{V} \text{ avec } \Delta N = N_2 - N_1$$

Si on veut amplifier le champ, il faut : $\frac{dI}{dz} > 0$, c'est-à-dire $\Delta N > 0$ donc $N_2 > N_1$, inversion de population. Ce qui est impossible pour un système à deux niveaux (cf II). On a besoin de systèmes à au moins trois niveaux.

4.2 Le laser à quatre niveaux :

On pompe pour amener les atomes du niveau 1 vers le niveau 4. Les transitions 43 et 21 sont rapides et non-radiatives. On a donc $N_2 = 0$ et $\Delta N = N_3 - N_2 > 0$. L'inversion de population est automatique, il y a une transition laser entre les niveaux 3 et 2.

Problème : on aimerait que le gain en sortie du milieu amplificateur soit important. En ordre de grandeur ce gain vaut 10^{-2} , il est très faible. La solution est de faire passer le champ, un très grand nombre de fois, à travers le milieu amplificateur à l'aide d'une cavité de résonance.

4.3 La cavité de résonance :

Après un tour dans la cavité, on a : $\Delta\phi = 2\pi n = \frac{\omega_n}{c} 2L_{caf}$. Les pulsations pouvant exister dans la cavité sont donc : $\omega_n = \frac{nc\pi}{L_{cav}}$. D'où un ISL de : $\Delta\nu = \frac{c}{2L_{cav}}$.

La cavité induit forcément des pertes. En régime stationnaire, on a *gain = perte*.

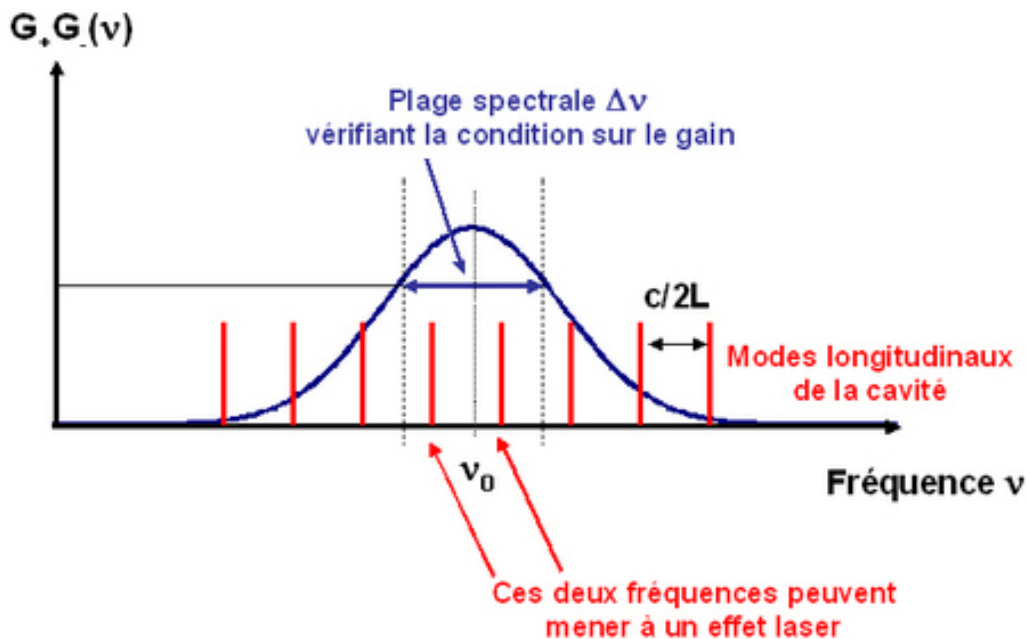


FIGURE 5 – Deux fréquences vérifient la condition gain = perte. Le laser est multimode.

4.4 Applications :

Refroidissement des atomes par laser : à lire dans "les lasers" de Dangoisse. Beaucoup d'applications sont décrites dans : "Einstein aujourd'hui".

5 Questions :

Limites du modèle de l'électron élastiquement lié ?

Equations de Bloch ?

...