

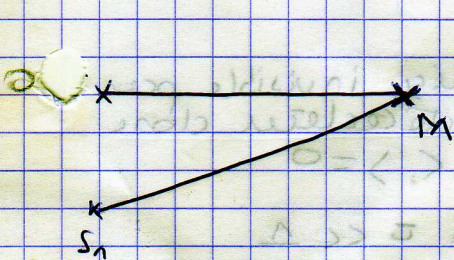
# LP 32: Interférences à deux ondes en optique

Niveau L2  
pré-requis: - optiq ondulatoire  
- Eclairc à intensité lumineuse  
- chemins optiq

Intro:

## I.1 Superposi<sup>o</sup> de 2 ondes lumineuses

### 1) Formule des interférences



$$\begin{cases} \vec{E}_1 = E_{01} \cos(\varphi_1(\vec{r}) - \omega_1 t) \\ \vec{E}_2 = E_{02} \cos(\varphi_2(\vec{r}) + \varphi_{12}(t) - \omega_2 t) \end{cases}$$

\* TR de superposi<sup>o</sup> des ondes:

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_{01} \cos(\varphi_1(\vec{r}) - \omega_1 t) + E_{02} \cos(\varphi_2(\vec{r}) + \varphi_{12}(t) - \omega_2 t)$$

$$\rightarrow \langle E^2 \rangle_T = |E_{01}|^2 \langle \cos^2[\varphi_1(\vec{r}) - \omega_1 t] \rangle_T + |E_{02}|^2 \langle \cos^2(\varphi_2(\vec{r}) + \varphi_{12}(t) - \omega_2 t) \rangle_T$$

$$+ 2 \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \langle \cos(\varphi_1(\vec{r}) - \omega_1 t) \cos(\varphi_2(\vec{r}) + \varphi_{12}(t) - \omega_2 t) \rangle_T$$

terme d'interférence

### 2) Condition d'interférence

→ condition pr q le résultat de leur composi<sup>o</sup> soit suffisamment stable pr être observé avec n'importe quel détecteur caractérisé par son tps de réponse  $\tau$ .

On connaît: - l'œil  $\tau = 0,1 \text{ s}$  photo récepteur basé sur l'effet photochimique

- photodiode  $\tau = 10^{-8} \text{ s}$  basé sur l'effet photoélectrique



→ Transparent OSG de  $\neq$  récepteurs.

une d'interférence :  $\langle \cos(\varphi_1(\vec{r}) - \omega_1 t) \cos(\varphi_2(\vec{r}) + \varphi_{12}(t) - \omega_2 t) \rangle_0$

avec  $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$$\frac{1}{2} \left\{ \langle \cos(\varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r}) + \varphi_{12}(t) - (\omega_1 + \omega_2)t) \rangle_0 + \langle \cos(\varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}) - \varphi_{12}(t) - (\omega_1 - \omega_2)t) \rangle_0 \right\}$$

on a :  $(\omega_1 + \omega_2)t \rightarrow$  varia  $\emptyset$  rapide  $\Rightarrow$  implique invisible pour notre détecteur donc  $\langle \rangle = 0$

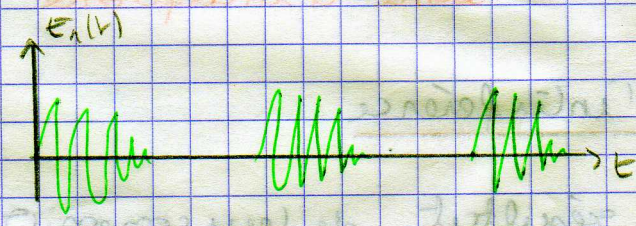
$(\omega_1 - \omega_2)t \rightarrow$  varia  $\emptyset$  lente visible si  $\tau \ll \frac{1}{\omega_1 - \omega_2}$

est stable si le déphasage  $\Delta\varphi(\vec{r}, t) = \varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}) - \varphi_{12}(t)$  est stabilisé e c'ad ne dépend plus de t alors

on a  $I = \langle E^2 \rangle_T = \frac{E_{01}^2}{2} + \frac{E_{02}^2}{2} + 2 \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}))$

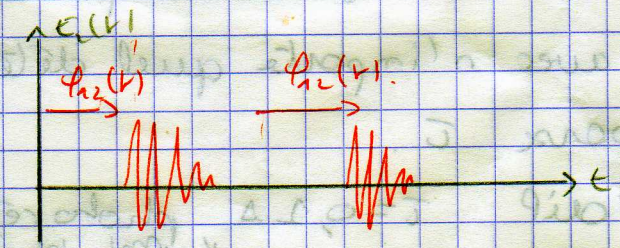
or en optiq  $\varphi_{12}(t)$  varie aléatoirement !

source ①



→ des excitat des atomes préalablement excités par une perturbation extérieure

source ②



on obtient donc des interférences (1) 2 ondes monochromatq de  $\bar{\omega}$  presque cohérente



2

En résumé :

1<sup>ère</sup> condition : sources cohérentes :  $\varphi_{12} = 0$

on considère 2 ondes arrivant en M issues de la même source PRIMAIRE

2<sup>e</sup> condition : source synchrones  $\omega_1 = \omega_2$

avec  $\Delta\varphi(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r})$

$$\Delta\varphi(\vec{r}) = \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2$$

et  $\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \vec{u}_1$      $\vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} \vec{u}_2$      $\lambda_1 = \lambda_2$

on a  $\Delta\varphi(\vec{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{e}_1 - \vec{e}_2) \cdot \vec{r}$  avec  $\vec{r} = \vec{OM}$

$$\Delta\varphi(\vec{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} S$$

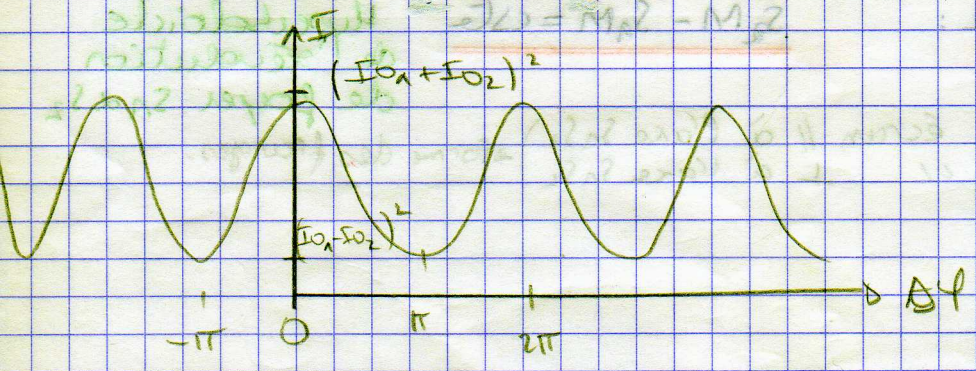
$S = \text{différence de marche}$

3<sup>e</sup> condition

$\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \neq 0 \rightarrow$  2 ondes polarisées  $\perp$  n'interfèrent pas!

3) Figure d'interférence, ordre & contraste

on a  $I = I_{01} + I_{02} + 2\sqrt{I_{01}I_{02}} \cos(\Delta\varphi(M))$





on définit le contraste (visibilité) par :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \in [0, 1]$$

$$C = \frac{2\sqrt{I_{01}I_{02}}}{I_{01} + I_{02}}$$

\* ordre d'interférence =  $p$

→ pour  $I_{\max}$  on a  $\Delta\phi(M) = 2p\pi$ ,  $p \in \mathbb{Z}$   
↳ interférence constructive = franges brillantes

→ pour  $I_{\min}$  on a  $\Delta\phi(M) = 2\pi \left( m + \frac{1}{2} \right)$ ,  $m \in \mathbb{Z}$

↳ Interférence destructive = franges sombres

\* Figure d'interférence :

Le déphasage ( $\Delta\phi$ ) les 2 ondes sur un pt M du chp d'interférence

est :

$$\Delta\phi(M) = \text{cte} + \frac{2\pi}{\lambda} (S_2M - S_1M)$$

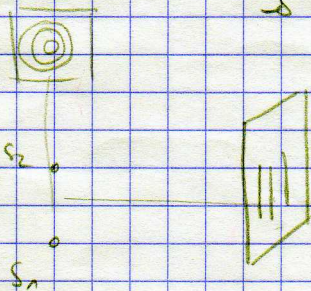
des surfaces brillantes & sombres st de caractérisés par une

équation de la forme :

$$\underline{S_2M - S_1M = \text{cte}}$$

Hypersurface  
de révolution  
de foyer  $S_1$  &  $S_2$

⇒ transparent | → écran // à l'axe  $S_1S_2$  | → forme des franges.  
→ " ⊥ à l'axe  $S_1S_2$

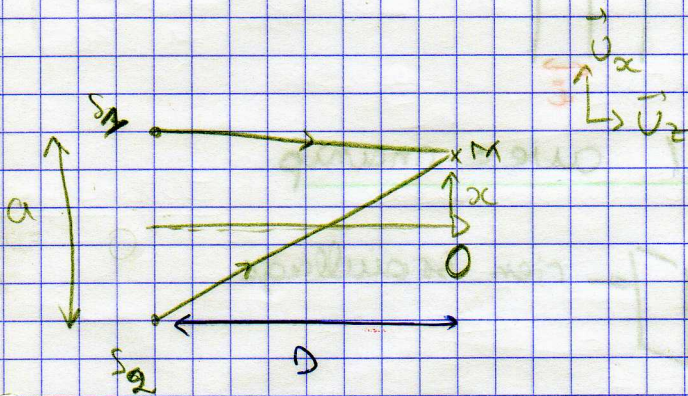
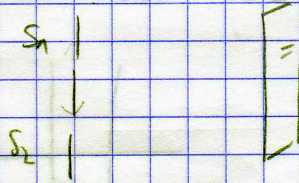




### 4) Application des lois d'Young.

\* manip:

laser épuisé



$$S_2M = \sqrt{D^2 + (a/2 + x)^2}$$

$$S_1M = \sqrt{D^2 + (a/2 - x)^2}$$

$$\delta = S_2M - S_1M$$

donc  $S_2M = \sqrt{D^2 + (a/2 + x)^2}$  avec  $D \gg a, x$

on a  $S_2M = D \sqrt{1 + \frac{(a/2 + x)^2}{D^2}} \sim D \left( 1 + \frac{(a/2 + x)^2}{2D^2} \right) \sim D + \frac{(a/2 + x)^2}{2D}$

$$S_1M = D + \frac{(a/2 - x)^2}{2D}$$

d'où  $\delta = S_2M - S_1M = D + \frac{(a/2 + x)^2}{2D} - D - \frac{(a/2 - x)^2}{2D}$

$$\delta = \frac{ax}{D}$$

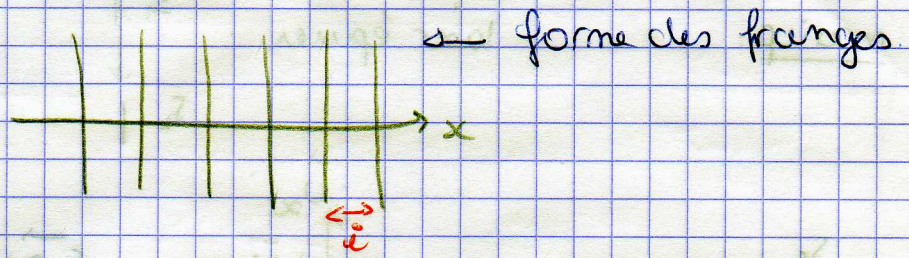
on a donc  $I = I_{01} + I_{02} + 2\sqrt{I_{01}I_{02}} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{D}\right)$

On peut en déduire  $i = \text{interfrance}$  qui se déduit de la période spatiale des cosinus d'où  $\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{D} = 2\pi$

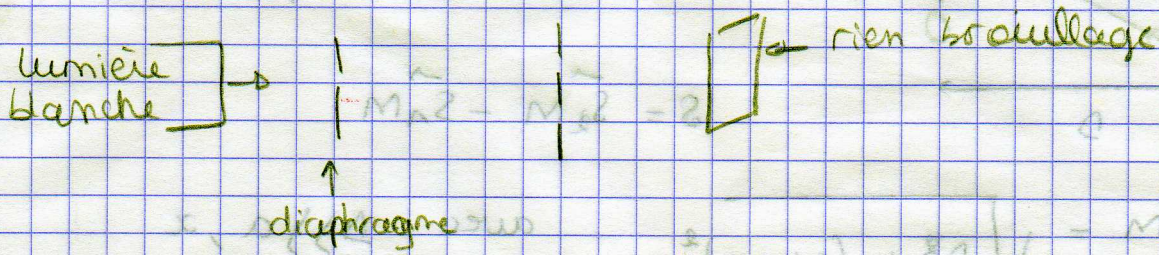
$$i = \frac{\lambda D}{a}$$



Rem  $\delta$  est proportionnel à  $x$  donc  $\Delta\varphi = \text{cste}$  sur des plan verticaux



• introduction de la partie II / avec manip



ce qui change / à la dernière manip c'est lumière polychromatique  $\rightarrow$  introduction d'un problème de cohérence temporelle

## II / Cohérence temporelle

1) lampe à spectre discret

Pour des sources polychromatiques, c'est la condition de synchronisation qui est prise à défaut.

Puisque seules des ondes de  $m$  pulsent donneront des interférences visibles, on aura :

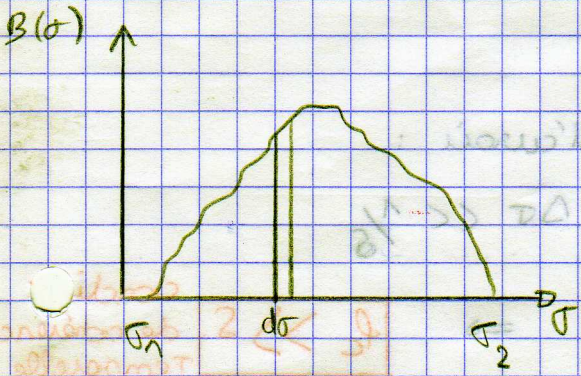
$$I = 2 \sum_i I_{0i} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi \delta}{\lambda_i} \right) \right)$$

c'est le cas pour des lampes spectrales c'est les lampes à sodium ou de mercure qui présentent des spectres discrets



2) Lampe à spectre continu

Pour un spectre continu, chaque domaine infinitésimal de nbre d'onde  $d\sigma$  contribuera à l'éclairement à raison de  $B(\sigma) d\sigma$  avec  $B(\sigma)$  = densité spectrale puissance surfaciq

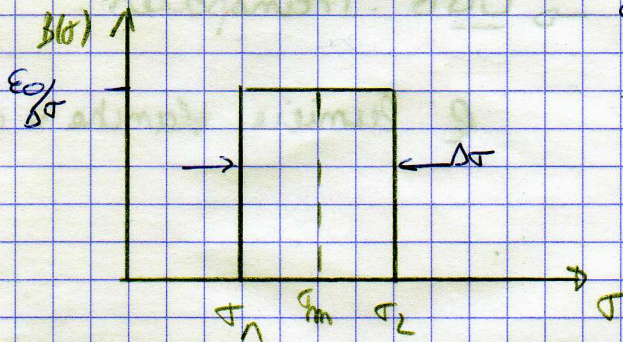


→ chaque domaine élémentaire donnera lieu à sa propre  $\Sigma$  d'interférence

$$E(M) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} 2 B(\sigma) (1 + \cos(2\sigma S)) d\sigma$$

On a donc les  $\Sigma$  de franges associées à chaque frq ce qui se superposent & donc se brouillent.

Cependant, si le spectre est étroit on peut définir une zone de "non-brouillage"



on a donc

$$E(M) = 2 \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} B(\sigma) (1 + \cos(2\sigma S)) d\sigma$$

$$E(M) = \frac{2E_0}{\Delta\sigma} \left[ (\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{1}{2\sigma S} \times \sin\left[\frac{2\sigma S}{\sigma_1}\right] \right]$$

$$E(M) = \frac{2E_0}{\Delta\sigma} \times \left[ \Delta\sigma + \frac{1}{2\sigma S} \times (\sin(2\sigma_2 S) - \sin(2\sigma_1 S)) \right]$$

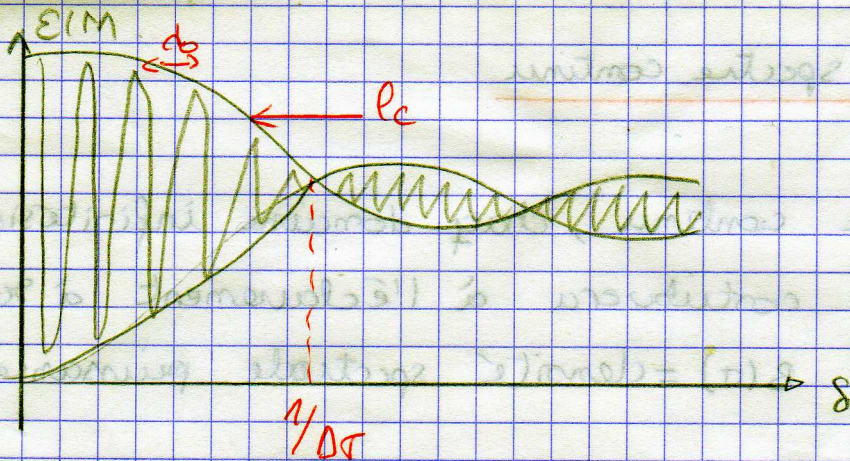
avec  $\sigma_2 = \sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2}$  et  $\sigma_1 = \sigma_m - \frac{\Delta\sigma}{2}$

et  $\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2 \cos a \sin b$

on a  $E(M) = \frac{2E_0}{\Delta\sigma} \times \left[ \Delta\sigma \times \frac{1}{2\sigma S} \times 2 \cos(2\sigma S \sigma_m) \sin\left(\frac{2\sigma S \Delta\sigma}{2}\right) \right]$

$$E(M) = 2E_0 \times \left[ 1 + \text{sinc}(\pi S \Delta\sigma) \cos(2\sigma S \sigma_m) \right]$$





Frange non brouillée à la condition d'écouli :

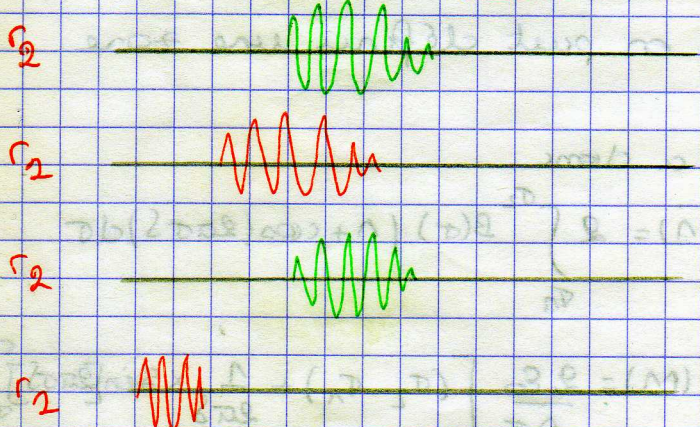
$$\text{if } \Delta\sigma S \ll \pi \rightarrow \Delta\sigma \ll \frac{1}{S}$$

avec  $\Delta\sigma = \frac{\Delta v}{c} = \frac{1}{\sigma_2 \times c} \ll \frac{1}{S} \Rightarrow$

$l_c =$  longueur du train d'onde.

$l_c \gg S$  condi. de cohérence Temporelle

longueur de cohérence



ODG : Transparent.

lumière blanche  $\lambda = 0,2 \mu\text{m}$

### III.1 Application ~~triple/double~~

1) mesure de l'écart angulaire d'une étoile double

Transparent schéma

on a  $S = HF_2 + F_2 k = a(\sin \alpha - \sin \alpha_0)$

$S \approx a(\alpha - \alpha_0)$  avec  $\alpha = \frac{x}{f'}$

$S(M) = a\left(\frac{x}{f'} - \alpha_0\right)$

d'où  $E(M) = 2E_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{x}{f'} - \alpha_0\right)\right)\right)$  Formule des interférences par étoile (1)



⑤

On a 2 sources primaires incohérentes - donc cō vue  
 précédemment chacune donne son  $\Sigma$  de franges.

$$d'où \quad E(x) = E_1(x) + E_2(x) = 2E_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} a \left(\frac{x}{f'} + \frac{\epsilon}{2}\right)\right) \right) \\
 + 2E_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{x}{f'} - \frac{\epsilon}{2}\right)\right) \right)$$

$$E(x) = 4E_0 + 2E_0 \left( \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{x}{f'} + \frac{\epsilon}{2}\right)\right) + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{x}{f'} - \frac{\epsilon}{2}\right)\right) \right)$$

avec  $2\cos a \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b)$

$$E(x) = 4E_0 + 4E_0 \times \cos\left(\frac{\pi a \epsilon}{\lambda}\right) \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f'}\right)$$

on en déduit le contraste =  $\cos\left(\frac{\pi a \epsilon}{\lambda}\right)$  qd on a  $C=0$   
 alors brouillage alors les franges brillantes de l'une coïncide  
 ac les franges ~~br~~ sombres de l'autre

on peut donc en déduire  $\epsilon$

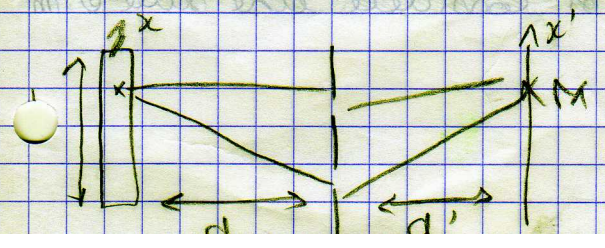
$$\frac{\pi a \epsilon}{\lambda} = \pi/2 \quad \Rightarrow \quad \epsilon = \frac{\lambda}{2na_0}$$

AN Pour l'étoile double CAPELLA  $\lambda_0 = 635 \text{ nm}$   
 $a_0 = 1.5, 5 \text{ cm}$

$$\underline{E_0 = 2,72 \times 10^7 \text{ rad}}$$

2) Notion de cohérence spatiale

manip : lumière blanche fente filtre !  qd on ↑ la fente  
 brouillage !









## questions

- 2) Pourquoi ne pas utiliser le télescope pour mesurer l'écart angulaire ?
- 2) quel est l'écart angulaire limite d'un télescope ?  
↳  $\lambda/a$
- 3) qu'est-ce qui détermine le pouvoir de résolution d'un télescope ?  
↳  $\lambda/a$
- 4) Pourquoi les rayons ne se propagent pas droit en sortie des fentes ? **diffraction**
- 5) Estimation du nbr de franges observables ?  
longueur des chp d'interférence ?
- 6) Résumer problm cohérence temporelle & cohérence spatiale en 1 phrase.
- 7) ≠ le (1) Lampe spectrale Basse Pression et Haute Pression ?  
**↳ spectre large**
- 8) Elargissement Doppler de quo : départ ip ?
- 9) Pt on fait une lumière blanche et les ≠<sup>tes</sup> composantes st cohérentes ?  
→ **laser Femtoseconde**
- 10) Donner ≠<sup>ts</sup> domaines de la physique où on observe des interférences.  
→ **acoustiq**

## Commentaires

**Cohérence** point clef de la Bson → param de  $t_p$

$\Delta f \ll 2\pi$  sinon perte de interférences

→ ajouter dans pré-requis :  
- électromagnétisme  
- détecteur  
- modèle scalaire

→ s'attacher sur les détecteurs

→ parler de chp d'interférence



discuter un peu plus des détecteurs et peut-être de l'effet photoélectrique — et de s'attarder également sur la notion de cohérence avec une application. Pour vous donner une idée je n'ai pas eu le temps de la finir correctement. Il me semble donc judicieux de bien poser les choses sans faire trop compliqué. Ce n'est que l'Agreg! ☺

- Biblio :
- Perez optique
  - Hecht
  - H prépa optique ondulatoire