

LP 36: Obtention d'interférences à deux ondes en optique. Notion de cohérence

Depuis la découverte du phénomène de diffraction par Grimaldi, phénomène non décrit par l'optique géométrique, deux théories se sont développées. D'une part, la théorie corpusculaire de Newton et d'autre part la théorie ondulatoire de Huyghens. Newton estimait que la lumière était composée de "corpuscules" qui excitaient l'éther suivant des vibrations caractéristiques.

Huyghens, de son côté, était partisan de la théorie ondulatoire, réussit à démentir à l'aide de ce caractère les lois connues de Snell-Descartes et même d'expliquer des phénomènes jusqu'alors incompris comme la double réfraction de la calcite.

Malgré cela, l'immense aura scientifique que Newton avait acquise dans d'autres domaines écarter provisoirement la théorie ondulatoire. Jusqu'à ce que Thomas Young écrive une série d'articles en 1801, 1802, 1803 en faveur de la théorie ondulatoire en introduisant le concept d'interférence. Par un courant de travaux de Young, Augustin Fresnel fit aussi de son côté la synthèse des concepts ondulatoire de la lumière et du principe d'interférence et mit au point le principe dit de "Huyghens-Fresnel". La théorie ondulatoire était née.

* de la description

I. Obtention d'interférences à deux ondes

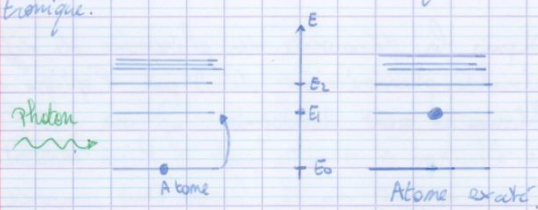
1) Détecteurs en optique

Avant d'étudier les interférences à proprement parler, il faut étudier les détecteurs en optique car nous verrons qu'ils jouent un rôle important dans l'obtention d'interférence.

rôle

Concrètement, au niveau microscopique, la détection de la

lumière consiste en l'absorption de celle-ci par un atome ou une molécule, ce qui va provoquer un changement de niveau électronique.



Le premier détecteur que l'on peut citer est l'œil. L'œil est constitué de deux types de cellules, les bâtonnets et les cônes. Les bâtonnets sont plus sensibles à la lumière et les cônes permettent de distinguer les couleurs.

Le fonctionnement de ces cellules implique un temps de réponse qui est ici de l'ordre de 0,1 s.

Enfin l'œil perçoit les longueurs d'onde entre environ 400 et 700 nm.

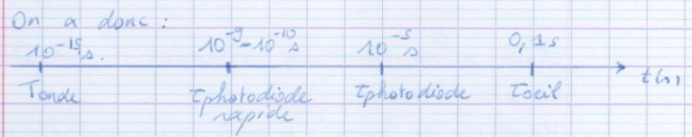
La photodiode est un autre type de détecteur. Lorsqu'elle est polarisée en inverse, contrairement à une diode normale, elle est parcourue par un courant proportionnel à la puissance lumineuse reçue. La mesure de I (à une constante près) donne alors accès à la puissance lumineuse.

La photodiode détecte le visible et au-delà l'infrarouge. Le temps de réaction d'une photodiode (correspond à la durée d'acquisition) varie de 10^{-5} s à $\approx 0,1$ ms pour une photodiode rapide.

Enfin on trouve les capteurs CCD (coupled charge device) qui sont composés de petites photodiodes placées les unes contre les autres. Ils sont très utilisés (ex: appareil photo ou caméra numérique).

Rappel des ordres de grandeur des grandeurs caractéristiques de la lumière dans le visible.

$400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$
 $\rightarrow 3,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz} < f < 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
 $\rightarrow T_{\text{onde}} \approx 10^{-15} \text{ s}$



Quelque soit le détecteur: $\tau_{\text{détecteur}} \gg T_{\text{onde}}$
 \rightarrow le champ réel est impossible à distinguer \rightarrow moyennage.
 Les récepteurs lumineux sont sensibles à la puissance ponctuelle par l'on de lumineuse (en effet, un détecteur sensible à l'amplitude du champ ne serait pas efficace car il capte une valeur moyenne qui serait nulle).

Pendant son temps de réaction, le détecteur va percevoir un grand nombre de trains d'onde qu'il va moyennner.

Conclusion: Compte tenu de ces considérations, un détecteur optique n'est sensible qu'à la moyenne temporelle de l'intensité lumineuse.

2) Conditions d'obtention et intensité résultante

Dans toute la suite, on va se placer dans le cadre de l'approximation de la grandeur scalaire.

Elle consiste à décrire l'on de lumineuse par un scalaire appelé la vibration lumineuse. Elle correspond à l'amplitude du champ électrique. On considèrera donc dans la suite le champ électrique comme un scalaire.

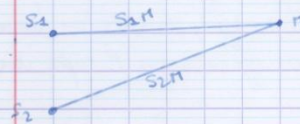
Les détecteurs sont alors sensibles à $\langle E(t), E(t) \rangle$

On note $I = \langle E(t), E(t) \rangle$ l'intensité lumineuse ou encore appelée éclaircissement.

Notons qu'historiquement cette approximation fut d'abord un postulat lorsque Huyghens puis Fresnel ont travaillé sur la théorie ondulatoire, la nature vectorielle du champ électromagnétique associé à la lumière n'étant introduit que plus tard par Maxwell.

Nous allons maintenant déterminer les conditions pour obtenir des interférences.

- Hypothèses de travail:
- * points sources parfaitement ponctuels
 - * ondes parfaitement monochromatiques
 - * milieu homogène et isotrope



On a: $E_1(S_1, t) = E_{10} \cos(\omega_1 t - \phi_1)$
 $E_2(S_2, t) = E_{20} \cos(\omega_2 t - \phi_2)$

Après propagation:

Au point M: $E_1(M, t) = E_{10} \cos(\omega_1 t - \phi_1 - \frac{2\pi}{\lambda_1} S_1M)$
 $E_2(M, t) = E_{20} \cos(\omega_2 t - \phi_2 - \frac{2\pi}{\lambda_2} S_2M)$

On écrit pour faire les calculs: $E_1(M, t) = E_{10} \cos(\omega_1 t - \phi_1)$
 $E_2(M, t) = E_{20} \cos(\omega_2 t - \phi_2)$

A lors $E(M, t) = E_1(M, t) + E_2(M, t) = E_{10} \cos(\omega_1 t - \phi_1) + E_{20} \cos(\omega_2 t - \phi_2)$

On a: $I = \langle E(M, t)^2 \rangle = \frac{E_{10}^2}{2} + \frac{E_{20}^2}{2} + 2E_{10}E_{20} \langle \cos(\omega_1 t - \phi_1) \cos(\omega_2 t - \phi_2) \rangle$

Car $\langle \cos^2(\omega_1 t - \phi_1) \rangle = \langle \cos^2(\omega_2 t - \phi_2) \rangle = \frac{1}{2}$

Et $\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$

Ainsi:
$$I(M, t) = \frac{E_{01}^2}{2} + \frac{E_{02}^2}{2} + 2E_{01}E_{02} \left[\begin{array}{l} \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t - \phi_1 - \phi_2) \rangle + \\ \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \phi_2 - \phi_1) \rangle \end{array} \right]$$

On a vu lors de l'étude sur les détecteurs que $T_{détecteur} \gg T_{onde}$
 Soit $\omega_1 \approx \omega_2 \gg \frac{1}{T_{détecteur}}$ d'où $\langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t - \phi_1 - \phi_2) \rangle = 0$.
 terme d'interférence

Ce qui donne:
$$I(M, t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \phi_2 - \phi_1) \rangle$$

 en posant $I_1 = \frac{E_{01}^2}{2}$ $I_2 = \frac{E_{02}^2}{2}$

Pour avoir des interférences, il faut donc que: $\langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \phi_2 - \phi_1) \rangle \neq 0$

Il faut donc $\omega_1 - \omega_2 \ll \frac{1}{T_{obs}}$ Remarque: pour certains lasers on peut respecter cette condition (observation de battements).

Compte tenu des temps de réponse des détecteurs, il faut que $\omega_1 = \omega_2$.

Première condition: Pour avoir des interférences, il faut que les deux ondes aient la même fréquence.

d'éclairement devient:
$$I(M, t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\phi_2 - \phi_1) \rangle$$

Compte tenu des valeurs de ϕ_1 et ϕ_2 ; on a:

$$I(M, t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\phi_1 - \phi_2 + \frac{2\pi}{\lambda}(S_1 - S_2)) \rangle$$

$\delta =$ différence de marche géométrique

Les phases ϕ_1 et ϕ_2 sont liées à l'émission, elles sont aléatoires et varient sur une échelle de temps très courte devant le temps d'acquisition du détecteur. Ce qui fait que pour deux sources différentes $\phi_1 - \phi_2$ change de valeur un très grand nombre de fois pendant $T_{obs} \Rightarrow \langle \cos(\phi_1 - \phi_2) \rangle = 0$ sauf si $\phi_1 - \phi_2 =$ constante qui n'est réalisée que si les deux sources sont identiques

Deuxième condition: nécessité d'une source unique

Au final, $I(M)$ s'écrit:
$$I(M, t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta\right)$$

Compte-tenu de cette équation, on voit que:

* l'intensité est maximale si $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} s\right) = 1$ soit

$$\frac{2\pi}{\lambda} s = 2\pi p \quad (p \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow s = p\lambda$$

On parle d'interférences constructives et de frange claire

* l'intensité est minimale si $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} s\right) = -1$ soit

$$\frac{2\pi}{\lambda} s = \pi + 2\pi p \quad (p \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow s = \left(p + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

On parle d'interférences destructives et de frange sombre

p est appelé ordre d'interférence

3) Notion de contraste

On introduit une notion qui va pouvoir quantifier la visibilité des franges d'interférences.

Pour définition, on note le contraste C et on le définit par:

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad 0 \leq C \leq 1$$

Dans le cas des interférences à deux ondes, on a vu que

$$I(r, t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} s\right)$$

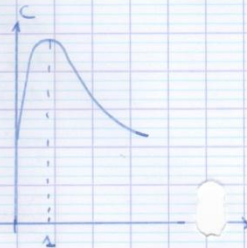
$$\rightarrow I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$\Rightarrow C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

On peut tracer C en fonction de $\frac{I_1}{I_2}$

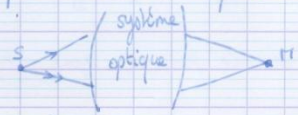
\rightarrow Contraste maximum pour $I_1 = I_2$



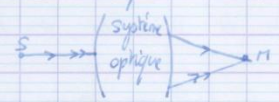
4) Application: dispositif des trous d'Young

Afin de réaliser les interférences lumineuses, deux classes de dispositifs sont disponibles

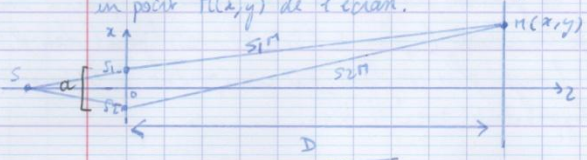
* interféromètre à division du front d'onde: on isole spatialement deux parties d'une onde provenant d'une même source S. (ex: trous d'Young)



* interféromètre à division d'amplitude: un même rayon issu d'une source S est séparé en deux parties (ex: Michelson)



Le dispositif des trous d'Young fait partie de la première catégorie. On considère une source ponctuelle S qui éclaire deux trous S_1 et S_2 infiniment fins distants de a . On place un écran d'observation à une distance D telle que $D \gg a$ et on regarde les interférences en un point $M(x, y)$ de l'écran.



$$S_1M = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} = D \sqrt{1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{D^2}} \approx D \left(1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2}\right)$$

$$S_2M \approx D + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D}; \text{ de même: } S_2M \approx D + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D}$$

$$\text{d'où } \delta = S_1M - S_2M = \frac{-2ax}{2D} = -\frac{ax}{D}$$

L'intensité sur l'écran s'écrit alors: $I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{D}\right)\right)$
 I ne dépend que de x donc la figure d'interférences

est constituée de franges rectilignes perpendiculaires à Ox
 les interférences sont visibles sur Γ si on indépendamment
 de sa position, on parle d'interférences non-localisées dans tout l'espace

Calcul de l'interfrange: distance entre deux franges claires ou sombres

* franges claires obtenues pour: $\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x^2}{D} = 2\pi p \Leftrightarrow x_p = \frac{p \lambda D}{a}$

L'interfrange est donnée par: $i = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda D}{a}$

Application numérique:

On veut voir à l'œil nu donc on veut $i \geq 1 \text{ mm}$.

Avec $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ et $D = 1 \text{ m}$, on trouve $a \leq 1 \text{ mm}$

Remarque: $\approx i$, on a fait une approximation ($D \gg a$ et $D \gg y, x$)

Dans le cas général, si on voulait savoir où se trouvent les
 franges brillantes, il faudrait résoudre $S_1 M - S_2 M = p \lambda$
 le point M appartient alors à l'hyperboloïde de révolution dont S_1
 et S_2 sont les foyers.

Selon la position du plan d'observation, on pourra avoir des
 franges circulaires (plan $\perp (S_1 S_2)$), rectilignes (plan $\parallel (S_1 S_2)$)
 ou des franges plus complexes qui correspondent à l'intersection
 de l'hyperboloïde avec le plan.