

# LP 35 : Obtention d'interférences à deux ondes en optique. Notion de cohérence.

(B11 : Federspiel François - Ellapin Ludmilla le 09/12/11)

Prérequis : électromagnétisme jusque là, optique géométrique, bases de la transformée de Fourier

## I) Obtention d'interférences

### 1) Définitions et ordres de grandeur

Deux ondes interfèrent lorsque l'intensité observée n'est pas la somme des intensités de chacune d'elles.

L'intensité est  $I = \varepsilon_0 c \|\vec{E}\|^2$

En réalité, avec un détecteur, on fait une moyenne glissante, donc on observe  $\tilde{I} = \int_{t-\tau}^t I dt$

Quelques ordres de grandeur en optique :  $\lambda_{\text{opt}} = 400 \text{ à } 800 \text{ nm}$

$$f_{\text{opt}} \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$T_{\text{opt}} \approx 2 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

Pour les détecteurs : œil  $\tau \approx$  quelques 10 ms  
photodiode  $\tau \approx \mu\text{s}$  à ms  
photodiode rapide  $\tau \approx 1 \text{ ns}$

Mais on ne pourra jamais suivre directement les ondes optiques, d'où l'intérêt des interférences.

### 2) Superposition de deux ondes planes monochromatiques

Deux OPM arrivent sur un écran avec chacune un angle de décalage, et on suppose qu'elles ont la même phase sur l'axe.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} e^{j(\omega t - kz_1)}, \vec{E}_2 = \vec{E}_{20} e^{j(\omega t - kz_2)}$$

$$\|\vec{E}_1 + \vec{E}_2\|^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2 \operatorname{Re}(\vec{E}_{10} \vec{E}_{20} e^{jk(z_1 - z_2)})$$

$$I = \varepsilon_0 c \left[ E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos\left(\frac{2\pi \delta}{\lambda}\right) \right]$$

La différence de marche est  $\delta = S_1M - S_2M = 2 \sin(\alpha) x \cong 2\alpha x$

L'ordre d'interférence est  $p = \frac{\delta}{\lambda}, \begin{cases} p = n \rightarrow I_{\max} \\ p = n + \frac{1}{2} \rightarrow I_{\min} \end{cases}$

L'interfrange est définie par  $\Delta p = 1 \Rightarrow \Delta x_p = i = \frac{\lambda}{2\alpha}$  où  $x_p = \frac{p\lambda}{2\alpha}$

Le contraste est  $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2E_{10}E_{20}}{E_{10}^2 + E_{20}^2}$

Donc  $I = I_0 [1 + C \cos(2\pi p)]$

Contraste minimum visible : environ 1% à l'oeil.

### 3) Conditions d'obtention

- même polarisation : la condition de cohérence de polarisation est aussi importante que les autres, on peut tracer ici le graphe contraste/angle de polarisation
- même fréquence (sinon battements, cf prix Nobel 2005)
- petit angle :  $i \approx 1 \text{ mm} \Rightarrow \alpha \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$
- intensités « proches » :  $C \approx 1\% \Rightarrow \frac{E_{20}}{E_{10}} \approx 200 \Leftrightarrow \frac{I_{20}}{I_{10}} \approx 400\,000$
- cohérence mutuelle, donc nécessité d'une sources primaire unique (pour supprimer les fluctuations de phase relatives)

### 4) Expérience des fentes d'Young

[faire l'expérience à l'aide d'une flexcam]

Calcul en TD de la différence de marche :  $\delta = S_1M - S_2M = \frac{ax}{D}$

## II) Notion de cohérence temporelle

### 1) Visualisation expérimentale

On utilise ici un interféromètre de Michelson (sans le détailler, juste donner le schéma équivalent en termes de sources secondaires) en coin d'air et on chariote jusqu'à perdre les interférences.

On peut tracer le graphe intensité/différence de marche.

### 2) Modèle du train d'ondes

On dessine un graphe champ électrique des deux sources/temps en faisant apparaître la différence de marche (temporelle). La longueur temporelle d'un train d'ondes est alors le temps de cohérence, proportionnel à la longueur de cohérence via  $\tau_c = \frac{L_c}{c}$

Critère de cohérence temporelle :  $\delta \ll L_c$  ou  $\tau \ll \tau_c$

### 3) Théorème de Wiener-Kintchine

Soit la fonction d'autocorrélation  $g(\tau) = \varepsilon_0 c \langle E(t)E(t+\tau) \rangle$

Et la densité spectrale de puissance  $I_\nu$  telle que  $I_{\text{tot}} = \int I_\nu d\nu$

$$I_\nu = \text{TF}(g) = \int g(\tau) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau$$

A quoi ça sert : par exemple  $\Delta\nu\tau_c \approx 1$

Exemples :

- lampe blanche  $\Delta\lambda \approx 400 \text{ nm} \rightarrow L_c \approx 1 \mu\text{m}$
- diode  $\Delta\lambda \approx 3 \text{ nm} \rightarrow L_c \approx 100 \mu\text{m}$
- lampe spectrale  $\Delta\lambda \approx 10^{-3} \text{ à } 10^{-2} \text{ nm} \rightarrow L_c \approx 5 \text{ mm à } 5 \text{ cm} (\Delta\nu \approx 1 \text{ à } 10 \text{ GHz})$
- laser monomode  $\Delta\nu \approx 1 \text{ à } 10 \text{ MHz} \rightarrow L_c \approx 5 \text{ à } 50 \text{ m}$
- laser métrologique (ex : CO<sub>2</sub> à  $\lambda = 10,6 \mu\text{m}$ )  $\Delta\nu \approx 1 \text{ Hz} \rightarrow L_c \approx 10^8 \text{ m}$

Application : spectrométrie par transformée de Fourier

### III) Notion de cohérence spatiale

#### 1) Visualisation expérimentale

On prend à nouveau l'interféromètre de Michelson et on montre que le contraste des franges du coin d'air est fonction de la taille de la source.

On pourrait tracer la courbe contraste/taille de la source.

#### 2) Conséquences

Localisation des franges : là où les deux rayons issus d'un même rayon initial se croisent.

Cône de cohérence :

on reprend le schéma de l'expérience des fentes d'Young mais on déplace la source d'une distance  $l$  (elle est à la distance  $d$  des fentes). Le décalage de différence de marche est  $\Delta \delta = \frac{al}{d}$

Il y a brouillage complet lorsque  $\Delta \delta = \lambda \Rightarrow l = \frac{\lambda d}{a}$  ou  $a = \frac{\lambda d}{l}$

Donc, si on prend un disque source, on a un cône de cohérence (dans lequel on aurait des interférences si on plaçait des trous d'Young) de largeur angulaire  $\theta = \frac{\lambda}{l}$

Young, à son époque, avait compris ce phénomène et avait donc créé une source secondaire à partir du soleil et d'un trou d'épingle, et il a placé ses trous dans le cône de cohérence.

Application : mesure du diamètre apparent d'une étoile  $\psi$  via  $a = \frac{\lambda}{\psi}$

#### 3) Théorème de Van Cittert – Zernicke

Soit l'intensité spatiale de la source  $\mathfrak{S}$  telle que  $I_{\text{tot}} = \iint \mathfrak{S} dx dy$

$$C = \frac{\iint \mathfrak{S}(x, y) e^{-i2\pi \frac{ax}{\lambda d}} e^{-i2\pi \frac{by}{\lambda d}} dx dy}{\iint \mathfrak{S}(x, y) dx dy}$$

Conclusion : en fait, tout est relié au calcul de l'intensité.

# Questions

Pourquoi les rayons sont « cassés » au niveau des fentes/trous d'Young ?

Qu'est-ce qui détermine le champ sur lequel on a des interférences dans cette expérience ?

Est-ce que ça a du sens de donner une longueur de cohérence pour une source blanche ?

Sait-on faire du blanc cohérent ?

Que se passe-t-il pour la longueur de cohérence si le laser étudié n'est pas monomode ?

# Remarques

A la place des fentes d'Young, on aurait pu faire :

- des trous d'Young
- des miroirs de Fresnel
- un miroir de Lloyd
- un Michelson avec un laser élargi (et nettoyé, ça permet aussi de montrer les points sources par exemple)

Attention : le vrai contraste est la valeur absolue du facteur de visibilité.

Pour la partie sur la cohérence temporelle, on fait l'hypothèse de sources stationnaires (pas impulsionnelles par exemple).

A moins de l'utiliser à bon escient, on peut remplacer le théorème de Van Cittert – Zernicke par autre chose.

Exemples et applications supplémentaires :

- vélocimétrie laser en méca flotte
- tomographie optique cohérente
- VIRGO

On peut donner quelques temps de cohérence, en plus des longueurs de cohérence.

Il faudrait faire remarquer que, sans interférences, l'intensité moyenne (sur l'écran) reste la même ; elle se répartit juste différemment.

Par ma convention, la différence de marche contient les éventuels indices, et les éventuels déphasages annexes (miroirs, etc).

Il y a aussi l'histoire de la photographie des anneaux qu'on peut placer devant la source pour retrouver le contraste (ça marche un peu comme les zones de Fresnel) ; mais je crois qu'il vaut mieux se concentrer sur autre chose.