

# LP26 : Propagation guidée des ondes

Antoine Allard / Pascal Neveu

jerome.leygnier@u-psud.fr

## Rapport de jury:

2014 : *Les candidats doivent avoir réfléchi à la notion de vitesse de groupe et à leur cadre d'utilisation.*

2013-2012 : *Les notions de modes et de fréquence de coupure doivent être exposées. On peut envisager d'autres ondes que les ondes électromagnétiques.*

## Bilan des sessions précédentes :

**2014:** personne

**2013:** Sujet LP 30 « Propagation guidée. Exemples et applications. »

(Note : 14)

I) Guidage dans une fibre optique

- 1) Approche géométrique
- 2) Etude d'un guide diélectrique plan
- 3) Existence de modes de propagation
- 4) Les fibres en pratique

II) Le tuyau d'orgue

- 1) Cadre du problème
- 2) Etablissement d'ondes stationnaires
- 3) Les autres instruments à vent

- Comment expliquer le principe de Fermat à un étudiant qui ne l'a jamais vu ?
- Ne peut-on pas utiliser le principe de Fermat pour décrire une fibre à saut d'indice ?
- Quelle autres approche pédagogique aurait-on pu adopter postuler la forme des solutions dans le guide diélectrique ?
- Selon vous, le fait qu'il existe des ondes stationnaire illustre t-il de la propagation guidée ?
- Quel autre exemple en acoustique aurait-on pu choisir ?
- Comment définir la transmission maximale d'une fibre optique ?
- Comment définit-on la dispersion ?
- Dans le cas de la fibre, où dans le calcul peut-on déterminer la vitesse de phase ?

COMMENTAIRES DU JURY

L'étude d'un diélectrique a été très appréciée car elle est rarement faite car très technique. Les calculs étaient un peu opaques, il faut avoir une idée claire des étapes sur lesquelles on peut aller vite. Il aurait fallu mieux les agencer.

Il faut insister sur la justification de la forme des solutions, notamment en résolvant l'équation de d'Alembert. Bien justifier l'onde évanescente dans la gaine (puisqu'on ne veut pas de transfert d'énergie dans ce milieu).

La résolution graphique en termes de modes a été appréciée.

Le principe de Fermat (ndlr : évoqué dans l'approche géométrique) est un peu opaque, on peut être plus simple.

Le tuyau : l'exemple n'est pas très convaincant. Il faudrait l'aborder différemment en passant plus de temps sur l'hypothèse de propagation d'une onde plane dans le guide (justifié par le fait que  $\lambda \gg a$ ). On peut par exemple faire un lien fort avec la fibre optique en disant qu'on se place comme dans le cas d'une fibre monomode (dire qu'on a une onde plane dans le tuyau d'orgue revient à dire qu'on ne s'intéresse qu'au mode  $n=0$ ).

Il manquait une manipe illustrative, comme par exemple le guidage de la lumière par un filet d'eau.

Il manquait d'introduire les vitesses de phase et de groupe dans la leçon, par exemple en proposant le calcul sur transparent (du calcul ayant déjà été fait pour la propagation dans le guide diélectrique plan, pas besoin d'en faire plus).

**2012:** Sujet LP 29 « Propagation guidée. Exemples et applications. »

(Note : 09/20)

Leçon présentée l'avant dernier jour des oraux.

Il y a eu quelques incidents :

- Un livre manquant et retrouvé "dans une salle" 5 minutes avant le passage
- J'ai demandé une manipe (propagation guidée d'un laser dans une cuve à faces parallèles avec un gradient d'indice).

La technicienne qui n'était pas très sûre d'elle a voulu demander aux professeurs préparateurs. Ceux-ci sont arrivés au bout de 2h ! Je leur ai réexpliqué ce que je voulais faire et ils m'ont dit qu'ils allaient essayer. 15 minutes avant la fin, ils sont venus me voir pour me dire qu'il fallait laisser reposer plusieurs heures... et donc que c'était trop tard !!

Voici mon plan :

I - Propagation guidée dans un conducteur

1 - Guide rectangulaire

2 - Câble coaxial (non présenté car j'avais perdu beaucoup de temps sur la première partie)

II - Fibre optique

III - Tuyau sonore

Durant l'entretien ils ne m'ont pas posé de question sur le coax malgré la perche que j'avais lancée car j'avais préparé cette partie.

Questions :

- En quoi le tuyau sonore rentre dans le thème de la leçon?
- Réexpliquer la fibre à gradient d'indice. Pourquoi le rayon est-il courbé?
- Pourquoi avez-vous dit que la fibre optique était "mieux"? Est ce que ça a un sens de comparer avec le guide d'onde (la réponse attendue était non) ?
- Comment rendre le guide rectangulaire monode?
- Quel lien entre  $\lambda$  et la taille du guide?
- A quoi est due l'atténuation dans le guide rectangulaire ? Comment l'avez-vous calculée ?
- + Beaucoup de questions sur le lien entre les parties...

Rapport [2013](#) [2012](#)

## Références :

- Pour le guide d'onde rectangulaire EM : *Garing - Ondes électromagnétique dans le vide et les milieux conducteurs [1]* pour la forme globale, *Hprepa - Ondes [2]* pour le tracé des vitesses de phase et de groupe. Mais cet exemple est traité un peu partout, on peut noter que le BFR fait un effort de formalisme en ne faisant aucune hypothèse sur la forme du champs au départ, mais ça alourdi franchement les calculs...
- Pour le guide d'onde rectangulaire acoustique : *J'intègre - Electromagnétisme [3]*.
- Pour les fibres optiques, *Lecerf- Physique des ondes et vibrations [4]* pour la fibre à gradient d'indice. Pour les OdG et la dispersion intermodale, le HECHT [5] est très bien.
- Pour le chenal acoustique : *Lecerf - Physique des ondes et vibrations.*

Niveau L2

Prérequis : équation d'Alembert, onde stationnaire, progressive, onde EM

Les ondes émises par une source ont tendance à se propager dans toutes les directions qui sont disponibles. En particulier dans le cas d'une émission à symétrie sphérique d'une onde scalaire radiale  $\psi(r, t)$ , et solution de l'équation de d'Alembert :

$$\vec{\Delta}\psi(r, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 r\psi}{\partial r^2} + \frac{\omega^2}{c^2} r\psi = 0$$

ainsi l'amplitude de l'onde va décroître en  $1/r$ . D'où l'intérêt du guidage pour transmettre de l'information dans une direction privilégiée.

Nous allons illustrer dans cette leçon deux moyens permettant de réaliser un tel guidage, en imposant des conditions aux limites à l'onde mise en jeu ou bien via la propagation dans un milieu inhomogène.

Un guide d'onde est une "canalisation" métallique cylindrique soit vide, soit remplie d'un diélectrique, où se propagent des ondes EM.

Leur rôle est de transporter des ondes EM dans les domaines des radio-fréquences en les canalisant de sorte que leur énergie ne se disperse pas dans l'espace. Il s'agit par exemple d'amener une onde produite par un émetteur au foyer de l'antenne parabolique d'un radar

## I/ Propagation d'une onde dans un guide d'onde

On se limitera au cas où le volume intérieur est assimilable au vide et où les parois du guide se comportent comme des conducteurs parfaits.

Les conditions aux limites s'écrivent alors  $\vec{E}_{tangiel} = \vec{0}$  et  $\vec{B}_{normal} = \vec{0}$

Dans cette partie on reprend le calcul fait dans le Garing dans l'exercice 3.5 : Guide d'ondes rectangulaire. Un calcul plus complet est fait dans le BFR, chapitre 11.

### 1) Propagation d'une onde électromagnétique dans un guide rectangulaire, TE [1,2]

#### a) Structure de l'onde

L'axe Oz est parallèle aux génératrices de la paroi du guide, de section  $S = ab$ . *Schéma*. On cherche à savoir si on peut propager suivant Oz une onde EM polarisée suivant Ox :  $\vec{E} = E_0 f(y) \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x$

Injection de E dans l'équation d'Alembert, on cherche une solution périodique en y. Vérification des conditions aux limites pour le champ électrique. On obtient une relation de dispersion :  $\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 = \frac{n^2 \pi^2}{b^2}$ .

Pulsation critique pour  $k^2 = 0$

On vérifie MG, on calcule le champ magnétique à partir de MFA puis on vérifie que MFI est vérifiée. Le champ magnétique possède une composante suivant z non nulle, dans la direction de propagation : TE mais pas TM.

*On a fait apparaître les caractéristiques de propagation guidée. Cependant, on a deviné la solution. Il est néanmoins possible de les déterminer plus généralement à partir des équations de Maxwell et des conditions aux limites aux parois, que la propagation TE donne la relation de dispersion*

$k_g^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \pi^2$  avec m et n entiers qui définissent les modes TEMn qui correspondent à  $E_z = 0$  et  $B_z = B_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \sin(\omega t - k_g z)$  qui se propage que si  $k_g^2 > 0$  donc  $\omega > \omega_0 = \pi c \sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}$  la fréquence de coupure. On retrouve le mode TE10 précédent.

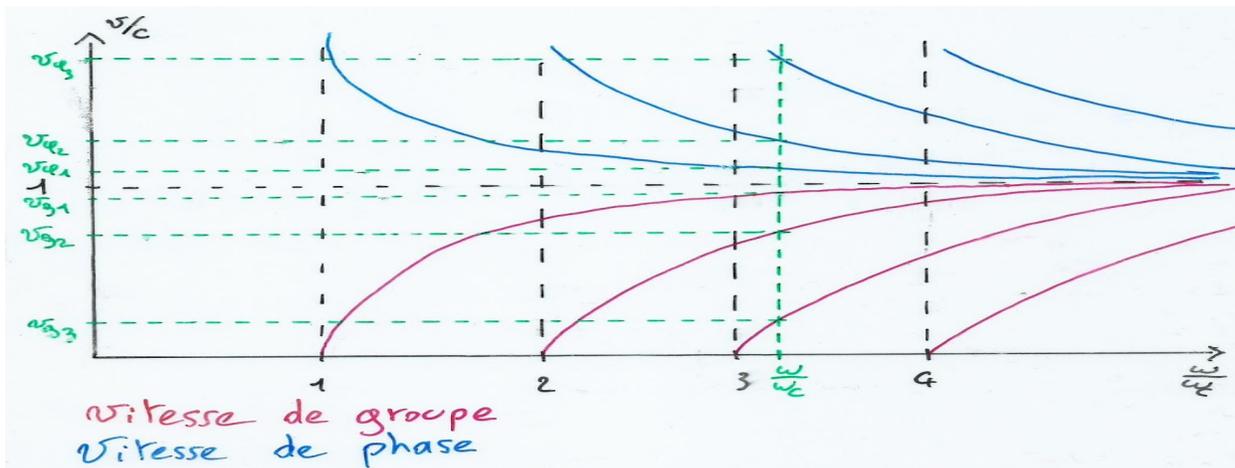
Dans le guide rectangulaire on ne peut pas propager de mode TEM, il faut un conducteur au centre (câble coaxial) ou des plaques parallèles (ligne bifilaire). On peut montrer qu'un mode TEM ne peut pas se propager s'il n'y a qu'un seul conducteur (BFR).

#### b) Vitesses de phase et de groupe

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - (n\omega_c/\omega)^2}} > c$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = c \sqrt{1 - (n\omega_c/\omega)^2} < c$$

Interprétation graphique : v/c fonction de  $\omega/\omega_0$  pour la vitesse de groupe et de phase. Elle est faite dans le HPrepa, Ondes, chapitre 8.



c) Transmission de l'énergie

Calculs de la section 3.2.2 du chapitre 8 du HPrepa [2] et du garing, toujours dans l'exercice 3.5.

Vecteur de Poynting, son flux moyen à travers une section droite du guide.

Densité volumique d'énergie électromagnétique ( $\langle u \rangle = \langle \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \rangle$ ) et sa puissance.

Le rapport des flux donne la vitesse de l'énergie et on vérifie que cela donne la vitesse de groupe.

Interprétation des vitesses de groupe et de phaselsors de la propagation d'une onde suivant un vecteur  $\vec{k}$  faisant un angle avec l'axe z. Cette vision est celle du Garing, à la fin de l'exercice 3.5.

\* Relation de dispersion :

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\pi^2}{b^2} + k_g^2$$

$$k_0^2 = k_0^2 \cos^2 \alpha + k_0^2 \sin^2 \alpha$$

\* Champ électrique :

$$\vec{E} = E_0 \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \cos(\omega t - k_g z) \vec{e}_x$$

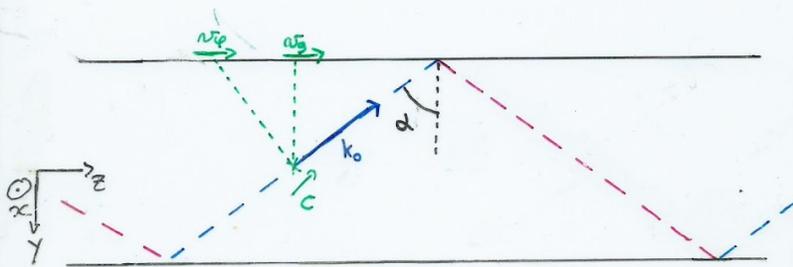
$$= E_0 \cdot \sin(k_0 \cos \alpha \cdot y) \cos(\omega t - k_0 \sin \alpha \cdot z) \vec{e}_x$$

$$= \frac{E_0}{2} \left[ \sin(\omega t - (-k_0 \cos \alpha \cdot y + k_0 \sin \alpha \cdot z)) \vec{e}_x + \sin(\omega t - (k_0 \cos \alpha \cdot y + k_0 \sin \alpha \cdot z) + \pi) \vec{e}_x \right]$$

$$= \vec{E}_i + \vec{E}_r$$

incident      réfléchi

$$\vec{k}_i = k_0 \begin{pmatrix} 0 \\ -k_0 \cos \alpha \\ k_0 \sin \alpha \end{pmatrix} \quad \vec{k}_r = k_0 \begin{pmatrix} 0 \\ k_0 \cos \alpha \\ k_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$$



$$v_{\varphi} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{b^2}}} = \frac{\omega}{\sqrt{k_0^2 - k_0^2 \cos^2 \alpha}} = c \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$v_g = \frac{c^2}{v_{\varphi}} = c \cdot \sin \alpha$$

## 2) Onde acoustique : guide rectangulaire

Analogie avec les calculs précédents pour le guidage d'une onde sonore par un tuyau d'orgue. Grandement inspiré de l'exercice B8 du chapitre 14 du J'intègre Physique PC-PSI.

Equation d'Alembert sur la vitesse. Tableau récapitulatif des différentes analogies entre le guide d'onde acoustique et EM : conditions aux limites (v,p) et (B,E), célérités, relation de dispersion, insister sur la différence des polarisations des ondes. Expérience pour un tuyau cylindrique et un ensemble {émetteur-récepteur} d'ultrason. C'est la manipulation proposée dans le BUP n° 742 et qui est très simple (mais en gros les 7 premières pages sont à éviter, les 7 suivantes étant bien meilleures et suffisantes).

Condition sur l'angle  $\alpha$  (orientation de l'émetteur dans le guide) sur la propagation de certains modes. Le gros tube en verre qu'on a pris se trouve au fond de la salle de méca, derrière les armoires.

## II/ Propagation dans un milieu inhomogène

### 1) Fibres optiques

#### a) Fibre à saut d'indice

Calculs du Perez d'Optique.

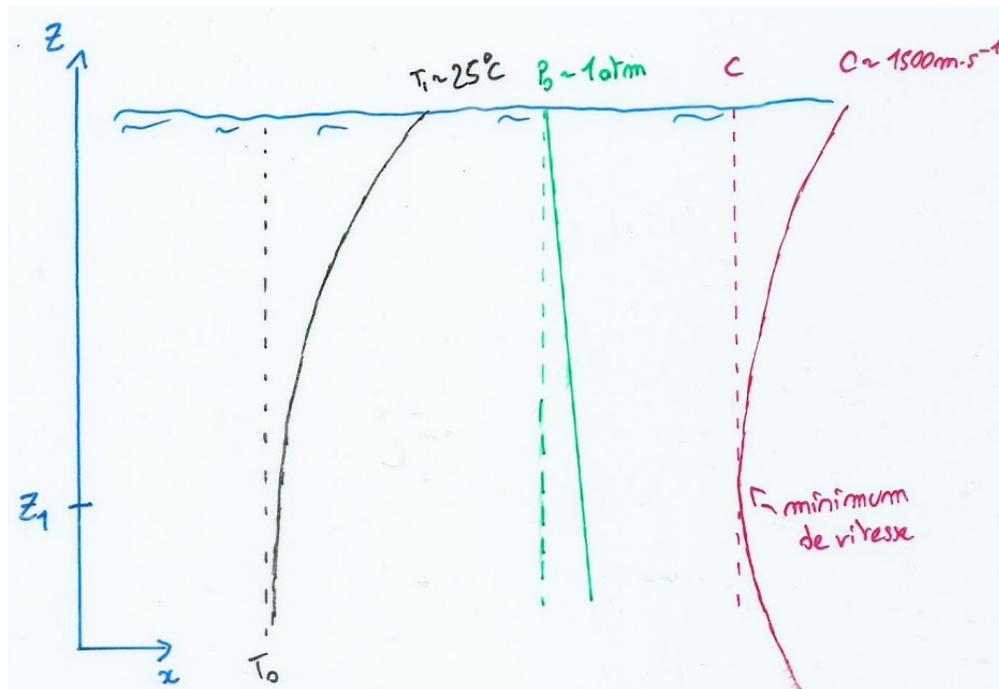
Notion de dispersion intermodale (Hecht) : 30ns/km

Manip rapide avec un laser vert et un tube rempli d'un liquide avec des particules diffusantes, ce qui permet de bien voir les réflexions internes.

#### b) Fibre à gradient d'indice

Exercice 8.3.3 du Lecerf. Le Hecht est pas mal pour les ordres de grandeur et pour la culture.

### 2) Chenal acoustique



*Exercice 8.2.2 du Lecerf, traité par analogie avec la fibre à gradient d'indice.*

Propagation guidée d'onde pour l'énergie.

1PetaBit par seconde dans un fibre de 52km (record actuel)

**Autres idées :**

On aurait également pu faire la manip avec le guide d'onde centimétrique, expliciter la raison pour laquelle on ne peut pas propager une onde TEM dans un guide vide, les pertes introduites dans un guide d'onde rectangulaire (distribution de courant surfacique, cf exo 4 du chapitre 20 du Tec&Doc MP ou bien encore le guide d'onde diélectrique (J'intègre PSI, exo X page 710-711).

**Question :**

- Dispersion intermodale : justification du terme.
- Quelle différence fondamentale entre le guide d'onde EM et la fibre à saut d'indice en optique géométrique. *En optique géométrique on a continuité de la relation de dispersion.*
- Fibre monomode : même type de dispersion ? *Achromatique. c'est à dire ? Créneau de lumière, multitude de fréquences, indice qui dépend la longueur d'onde. C'est la forme de l'implusion que détermine la dispersion achromatique. 2 éléments de dispersion : trajectoire différente, chromatique dû à la variation d'indice avec la longueur d'onde*
- Analogies : grandeurs couplées, odg des ondes, conditions aux limites

$E B$	$p v$
$E // = 0$ $B orth = 0$	$v orth = 0$
$f \sim GHz$ $\sim cm$	$f \sim 40kHz$ $\sim cm$

- Tuyau d'orgue et guide d'onde rectangulaire acoustique ? On quoi la modélisation est très différente entre la manipulation faite et celle d'un tuyau d'orgue. Tuyau d'orgue : dimension longitudinale qui compte et pour la manip : dimension transverse. Le type de conditions aux limites qui impose ça. Comment on fait pour choisir ?

Dans cet leçon il faut bien donner les odg pour savoir comment on modélise la situation : dépend si l'on considère une propagation dans la direction transverse.

- Câble coaxial : grandeurs couplées ?  $u$  et  $i$ . Pour la propagation guidée, on a couplage de deux grandeur, et on arrive à une équation du type de d'Alembert.
- Que se passe t-il si on a une onde de pulsation inférieur à la pulsation de coupure ? *Réflexion.*
- D'autre type de guide d'onde acoustique ? *Stéthoscope, autres instruments de musique (trompette, trombone). Trompette : onde stationnaire ?*
- Information dans un câble coaxial pour pas avoir de distorsion : *adaptation d'impédance.* Comment on le caractérise ? *Coefficient de réflexion nulle. Transfert d'énergie sans réflexion.*
- Générateur d'onde centimétrique : *diode à effet Gun.* odg ?  $GHz$ . Klistron ?

- Dimensionnement d'un guide d'ondes centimétriques. Dans le guide, plusieurs fuseaux, on veut que toute l'énergie qu'on lui injecte ressorte dans un seul mode le plus rapide possible dans pulsation entre les deux 1ère pulsations de coupure.
- Notion de modes dans un câble coaxial ? *Non, on peut propager toutes les pulsations.* Relation de dispersion pour un câble coaxial.
- Définition TE, TM, TEM.

**Commentaires :**

- Calculs posés sans trop les faire (subjectif)
- Prérequis à projeter, c'est mieux (subjectif)
- Pour un guide d'onde rectangulaire : Conditions aux limites imposent la forme du champ électrique et c'est ça qui donne l'apparition de modes (injecter E dans l'équation d'Alembert)
- Pour un coaxial : la géométrie n'impose pas de conditions aux limites et donc pas de condition sur la forme du champ et pas de modes (E radial et B orthoradial)
- Préciser les grandeurs couplées, les odg, les conditions aux limites pour chaque domaine exploré.
- Equation du type de d'Alembert avec un autre terme : pavillon.
- La manipulation pour les ultra sons est bien. On pourrait également faire une vidange de Torricelli dont le bas est éclairé avec un laser et le jet sert de guide.