

Compte rendu LP24 : Acoustique

Niveau L2

Prérequis :

- hydrodynamique
- thermodynamique
- ondes électromagnétiques

Introduction :

Définition d'une onde acoustique : onde de pression se propageant dans un milieu matériel (pas de propagation dans le vide contrairement aux ondes EM)

Elles sont présentes dans de nombreuses formes de communication comme le langage ou la musique. Elles permettent de sonder la matière (ondes sismiques dans la Terre, échographie). Il est donc important de comprendre et maîtriser les phénomènes physiques qui les gouvernent.

Image des indiens qui pose l'oreille sur les rails pour entendre le train arriver, pourquoi font-ils cela ?

- I) Équations d'onde et célérité
- 1) Fluide parfait, approximation acoustique

On considère un fluide parfait à l'équilibre et au repos. On fait passer dans ce fluide une perturbation par une transformation adiabatique de sorte que l'on ait :

$$P(\vec{r}, t) = P_0 + P_1(\vec{r}, t), |P_1(\vec{r}, t)| \ll P_0$$

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0 + \rho_1(\vec{r}, t), |\rho_1(\vec{r}, t)| \ll \rho_0$$

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \vec{v}_1(\vec{r}, t), |\vec{v}_1(\vec{r}, t)| \ll c$$

On écrit alors trois équations linéarisées régissant l'évolution de la perturbation.

-Conservation de la masse :

$$\partial_t \rho_1(\vec{r}, t) + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1(\vec{r}, t) = 0$$

-Équation d'Euler :

$$\rho_0 \partial_t \vec{v}_1(\vec{r}, t) = -\vec{\nabla} P_1(\vec{r}, t)$$

-Équation thermodynamique :

$$\chi_s = \frac{1}{\rho} \partial_p \rho \Rightarrow \rho_1(\vec{r}, t) = \rho_0 \chi_s P_1(\vec{r}, t)$$

En manipulant les trois équations, on obtient :

$$\chi_s \rho_0 \Delta P_1 = \partial_t^2 P_1, c = \frac{1}{\sqrt{\chi_s \rho_0}}$$

(écrire seulement l'équation pour la pression, plus simple à obtenir ici que celle de la vitesse)

Ordres de grandeurs : $c_{air} = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $c_{eau} = 1470 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (20°C)

Remarques :

-l'hypothèse adiabatique est valable si :

$$\frac{T_{propagation}}{T_{diffusion}} = \frac{D_{th}}{\lambda c} = \frac{D_{th} f}{c^2} \ll 1$$

On a alors pour l'air et l'eau : $f_{air} \ll 10^9 \text{ Hz}$, $\lambda_{air} \ll 10^{-7} \text{ m} \sim l_{moyen}$
 $f_{eau} \ll 10^{16} \text{ Hz}$

On remarque donc que pour des valeurs trop importantes de la fréquence, notre hypothèse de milieu continu (implicite à l'utilisation de l'équation d'Euler), n'est plus valide.

-pour un gaz parfait, l'évolution étant adiabatique, on a

$$PV^\gamma = cte, P\rho^{-\gamma} = cte, P = \frac{\rho RT}{M}, c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

-Les hypothèses de départ sont bien vérifiées dans l'air pour un son de 60dB à 1000Hz :

$$P_1 \sim 10^{-2} Pa \ll P_{atm}$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{c^2} \sim 10^{-5} kg \cdot m^{-3} \ll \rho_0 \sim 1 kg \cdot m^{-3}$$

$$v_1 \sim 10^{-5} m \cdot s^{-1} \ll c_{air}$$

De plus, il faut bien considérer une transformation adiabatique et non isotherme (même si $\Delta T \sim 10^{-5} K \ll T_{atm}$) car les résultats théoriques obtenus ne concordent pas avec les mesures.

2) Solide élastique

Pour un solide de longueur au repos L et de largeur w , de surface S perpendiculaire à l'axe x , on a d'après la loi de Hooke la déformation :

$$\frac{F_x}{S} = Y \frac{\Delta L}{L} = -\frac{Y}{\nu} \frac{\Delta w}{w}$$

Y est le module d'Young du matériaux et ν est son coefficient de Poisson.

On cherche alors à déterminer l'équation de propagation d'une onde de déformation longitudinale dans un solide de section constante, de module d'Young Y et de masse linéique μ . Pour cela on considère une tranche de solide comprise entre les cotes x et $x+dx$. On considère également la déformation u et la contrainte σ orientée positivement dans le sens de l'axe x . On a alors pour ce système le principe fondamental de la dynamique qui s'écrit :

$$\mu \partial_t^2 u(x+dx/2, t) dx = \sigma(x+dx, t) - \sigma(x, t) = \partial_x \sigma(x, t) dx = Y \partial_x^2 u(x, t) dx$$

En éliminant les dx et en le faisant tendre vers 0, on obtient l'équation de propagation et la célérité des ondes longitudinales $c_{long} = \sqrt{\frac{Y}{\mu}}$.

On peut alors généraliser à trois dimension en faisant toutefois la remarque que la célérité des ondes transversales est différente de celle des ondes longitudinales.

Ordres de grandeur :

$$c_{fer} = 5100 m \cdot s^{-1}, c_{béton} = 3100 m \cdot s^{-1}$$

Remarque :

Étant donné que la relation entre la contrainte et la déformation n'est pas isotrope, on remarque que la célérité des ondes longitudinales est différente de celle des ondes transversales.

Modèle microscopique :

Chaîne atomique (cf transparents)

II) Énergie et impédance

1) Bilan local d'énergie acoustique

Considérons un volume (V) quelconque de surface extérieure (Σ), ne contenant ni source ni puit d'énergie acoustique, on a alors par conservation de l'énergie acoustique :

$$\begin{aligned} \nabla(V), E_{interieur \ à \ V}(t+dt) &= E_{interieur \ à \ V}(t) - \Phi_{sortant \ à \ travers \ \Sigma}(t) dt \\ \iiint_{(V)} e(\vec{r}, t+dt) d\tau - \iiint_{(V)} e(\vec{r}, t) d\tau + \oint_{(\Sigma)} \vec{\Pi}(\vec{r}, t) \cdot \vec{dS} &= 0 \\ \iiint_{(V)} \partial_t e(\vec{r}, t) d\tau + \iiint_{(V)} \vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi}(\vec{r}, t) d\tau &= 0 \\ \partial_t e(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi}(\vec{r}, t) &= 0 \end{aligned}$$

Pour respectivement un solide et un fluide, on peut montrer :

$$e(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \rho \vec{v}^2 + \frac{1}{2Y} \sigma^2, \vec{\Pi}(\vec{r}, t) = \sigma \vec{v}$$

$$e(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \rho \vec{v}^2 + \frac{1}{2} \chi_s P_1^2, \vec{\Pi}(\vec{r}, t) = P_1 \vec{v}$$

Le fonctionnement de l'ensemble oreille et cerveau humain étant un capteur logarithmique, on définit l'échelle de puissance suivante :

$$I = \langle \|\vec{\Pi}\rangle, I_{dB} = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

I_0 est défini comme le seuil d'audibilité de l'oreille humaine à 1000Hz. On définit également le seuil de douleur :

$$I_{0,dB} = 0, I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2},$$

$$I_{douleur,dB} = 120, I_{douleur} = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

2) Notion d'impédance-coefficients de réflexion et transmission

On définit l'impédance comme le rapport des grandeurs conjuguées :

$$Z_{fluide} = \frac{\pm P_1}{\|\vec{v}\|}, Z_{solide} = \frac{\pm \sigma}{\|\vec{v}\|}$$

Remarque :

On montre que l'on a simplement pour une OPPM :

$$Z = \rho c$$

(Le signe dépend de la direction de propagation)

Ordre de grandeurs :

$$Z_{air} = 427 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}, Z_{eau} = 1,48 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}, Z_{acier} = 39 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

On considère une OPPM incidente dans un milieu 1 linéaire et au repos rencontrant en incidence normale en $x=0$ un milieu 2 linéaire et au repos. On écrit les ondes de la manière suivante :

$$\begin{aligned} v_i &= A e^{i(\omega t + kx)}, P_i = Z_1 A e^{i(\omega t + kx)} \\ v_r &= -r_v A e^{i(\omega t - kx)}, P_r = Z_1 r A e^{i(\omega t - kx)} = Z_1 r_p A e^{i(\omega t - kx)} \\ v_t &= t_v A e^{i(\omega t + kx)}, P_t = Z_2 t_v A e^{i(\omega t + kx)} = Z_1 t_p A e^{i(\omega t + kx)} \end{aligned}$$

La conservation de la vitesse et de la pression en 0 s'écrit :

$$\begin{aligned} 1 - r_v &= t_v \\ Z_1 (1 + r_v) &= Z_2 t_v \\ 1 + r_p &= t_p \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} r_v &= \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = r_p \\ t_v &= \frac{2 Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{Z_1}{Z_2} t_p \\ r_v r_p + t_v t_p &= 1 \end{aligned}$$

III) Application à la transmission à travers une paroi

Exercice tiré de

Conclusion :

En ce qui concerne les indiens, on a vu que la célérité dans l'acier est plus importante que dans l'air mais le son y est également nettement plus intense du fait de la mauvaise adaptation d'impédance entre l'air et l'acier : $T_{air/acier} = 4 \cdot 10^{-5}$. Le seuil d'audibilité sera atteint beaucoup plus tôt en posant son oreille sur le rail plutôt qu'en écoutant normalement.

On peut alors aborder dans un cours suivant la notion de guide d'onde.

Questions :

-Comment isoler acoustiquement d'une autre manière ?

On peut utiliser des matériaux composites jouant sur l'adaptation d'impédance.

-Autre possibilité d'avoir une pulsation réfléchi différente, même si le milieu est linéaire ?

Effet Doppler

-Comment définir l'impédance ? Est-ce similaire à celle en électricité ?

Elle est le rapport des grandeurs conjuguées. De manière similaire en électricité, on a $Z = \frac{U}{I}$

-Pourquoi définit-on des grandeurs avec 10log et 20log ?

On multiplie par 10 pour avoir un résultat en décibel. On utilise un coefficient 10 pour les grandeurs énergétiques et 20 pour les grandeurs en amplitude car on a $I = \frac{P^2}{Z}$

-Démonstration de l'énergie volumique dans un fluide ?

-Pourquoi n'y a-t-il pas d'onde transverse dans un fluide ?

Le tenseur contrainte d'un fluide est isotrope

-Critère de temps de propagation court aboutie à $f \ll f_c$?

Le temps caractéristique de diffusion est en $T_{diff} = \frac{c^2}{D \cdot f^2}$

-Pourquoi la voix est-elle plus aigue avec de l'Helium ?

Le rapport $\frac{\gamma}{M} = 5/12 \text{ mol} \cdot \text{g}^{-1}$ est plus grand que celui de l'air : $\frac{\gamma}{M} = 7/48 \text{ mol} \cdot \text{g}^{-1}$, d'où une célérité plus grande !

-Comment fonctionne un porte voix ?

Pour ce type d'appareil, l'impédance est définie par le rapport de la surpression sur le débit et comme la surface est profilée, on a une meilleure adaptation d'impédance.

-Pourquoi le réveil n'est-il plus entendu sous la cloche ?

On a une mauvaise adaptation entre l'air et le verre de la cloche et elle est encore pire entre l'air raréfié et la cloche. Par ailleurs, on ne sait pas si l'émetteur est adapté pour fonctionner à basse pression.

Bibliographie :

-*Mécanique des fluides et ondes mécaniques*, Jean-Pierre Faroux et Jacques Renault

-*Toute la Physique*, Stöcker-Jundt-Guillaume

-*Ondes mécaniques et diffusion*, Christian Garing