

LP 23 : Ondes progressives, ondes stationnaires

PFISTER Hugo, MICHEL Thibault

Niveau : Classe Préparatoire

Prérequis : Notation complexe, électrocinétique, équations de Maxwell, mécanique.

Bibliographie : *Mécanique*, Perez
Ondes, HPrépa, édition Hachette

Intro : Vaguelettes concentriques à la surface de l'eau lorsqu'on jette un caillou dans une marre. On peut montrer la propagation d'une perturbation sur une corde tendue (en manip introductive). C'est ce qu'on appelle une onde, et on va voir que c'est un phénomène très général qu'on retrouve dans tous les domaines de la physique.

I. Phénomènes de propagation

1) La corde de Melde

Schéma sur transparent et établissement de l'équation de d'Alembert. Faire une application numérique sur la célérité. Cette équation s'appelle équation de d'Alembert (1747)

2) Intérêt de l'étude des ondes

Sur transparent, traiter le câble coax et montrer qu'on retrouve une équation de d'Alembert. Faire de même

pour les équations de Maxwell (ou juste le dire), et même Schrödinger. Le fait d'avoir cette équation dans vraiment tous les domaines nous montre que ce n'est pas ridicule de bien savoir la résoudre.

3) D'autres équations d'ondes

Il existe bien sûr d'autres équations d'ondes, caractéristiques de milieux dispersifs. On peut en citer quelques unes, notamment l'équation de Klein-Gordon, assez générale.

II. Utilisation des ondes progressives

1) Définition

Des fonctions de la forme $f(x-ct)$ et $g(x+ct)$ sont solutions. On pourrait le démontrer dans le cadre de cette leçon, mais c'est pas conseillé par le correcteur, puisque c'est assez long. En revanche, on peut montrer que pour une perturbation, $dx = c \cdot dt$ et que nos fonctions ont un sens physique.

2) Retour sur le câble coaxial

Poser la forme des solutions, réinjecter dans d'Alembert et trouver relation de dispersion. Bien préciser que relation valable uniquement pour d'Alembert et ondes progressives.

3) Notion d'impédance

Partie un peu plus technique, qui s'applique très bien au coax et qui permet de comprendre qu'en fonction de ce qu'on met au bout de notre câble, il y a réflexion ou non, avec une amplitude variable en fonction de ce

qu'on met. Avec cette onde réfléchie, la transition est toute trouvée le III.

III. Utilisation des ondes stationnaires

1) Définition

Ecrire la solution générale comme étant $s(x,t) = f(x)*g(t)$ et montrer que dans le cas de d'Alembert, ça fait des fonctions sinusoïdales. Discussion sur la forme de l'onde avec un transparent, notamment sur ventres, nœuds...

Préciser que mathématiquement, c'est pareil de travailler sous forme d'OS ou d'OP, puisque l'une peut s'écrire comme CL de l'autre (et inversement) mais que selon les cas (Conditions limites ou non), ça simplifie notre problème

2) Résolution de notre problème

Retour sur la corde de Melde, que l'on résout complètement avec nos ondes stationnaires et nos conditions limites (bien définies...)

Cela fait apparaître des modes propres, c'est l'occasion d'en discuter, de voir que les solutions s'écrivent comme somme de modes propres, etc.

On peut les visualiser sur la corde de Melde directement (manip).

Conclusion : Il existe d'autres types d'ondes que celles qu'on a vu, comme par exemple les ondes sonores qui ont permis de faire cette leçon. Utilité des ondes.

Questions : _Quand est-ce que l'équation de Klein-Gordon est utile ?

Dans les plasmas par exemple.

_D'Alembert : quelle différence avec équation de diffusion ?

L'irréversibilité, entre autres.

_ En mécanique des fluides, il existe un phénomène analogue à la diffusion de la chaleur, lequel ?

La viscosité, diffusion de quantité de mouvement.

_Dans une onde stationnaire, où est située l'énergie ?

On peut faire le calcul, du vecteur de Poynting dans le cas de l'électromag par exemple. Même si localement et temporellement, il est nul, ce n'est pas le cas si on ne moyenne pas. En fait, on se rend compte qu'un excès d'énergie quelque part va être utile dans la vibration de l'onde.

_Dans le cas de la corde de Melde, il y a des modes résonnants : pourquoi malgré tout, l'amplitude ne tend pas vers l'infini dans la manip ?

Il y a des phénomènes qu'on n'a pas considérés, et notre modèle devient faux. Le mot clef ici est non-linéarité.

Remarques :

_C'est une leçon où on ne peut pas tout traiter et où il faut faire des choix. En plus de ce qui a été présenté ici, on aurait pu parler d'ondes acoustiques, de milieux dispersifs (dans la mesure où on ne déborde pas trop

sur d'autres leçons...), de propagation 3D, et surtout d'énergie. Ce dernier point prend beaucoup de temps, il faut donc se méfier.

_L'impédance aurait aussi pu être discutée avec Melde, avec l'impédance définie comme le rapport entre une grandeur « force » (moteur de la propagation) et d'une grandeur « vitesse » (effets visibles sur le milieu en question).

_Il n'est pas nécessaire de parler des vitesses de phase et de groupe si on reste dans des milieux non dispersifs (cela n'apporte rien).

_Si on veut inclure une partie sur l'énergie, on peut le faire dans le cas des ondes stationnaires. Il faut bien savoir sous quelle forme elle se trouve : cinétique, potentielle...