

LP21 : Réaction et oscillations

GRZELKA Marion, BISOGNIN Rémi

4 Février 2015

Table des matières

1	Présentation des systèmes asservis, rétroaction négative	2
1.1	Intérêt d'une boucle de rétroaction : insensibilités aux perturbations	2
1.2	Modélisation comme un système linéaire continu invariant	3
2	Performances d'un système asservi	4
2.1	Précision	5
2.2	Rapidité	5
2.3	Stabilité	5
3	Oscillateurs auto-entretenus, rétroaction positive	7
3.1	Oscillateur quasi-sinusoidal : le pont de Wien	7
3.2	Oscillateur monochromatique : le laser	11
4	Questions	12
5	Commentaires	13

Niveau

L2

Pré-requis

- Fonction de transfert
- Diagramme de Bode
- principe de fonctionnement d'un hacheur et d'une machine à courant continu
- schéma bloc
- quelques notions sur le fonctionnement d'un laser
- système du premier ordre
- filtre passe-bande

Introduction

Présenter l'intérêt de la rétroaction comme permettant de faire des systèmes automatisés. Leur caractère automatique leur sert à être précis : systèmes asservis. Ou à évoluer de manière périodique : oscillateur.

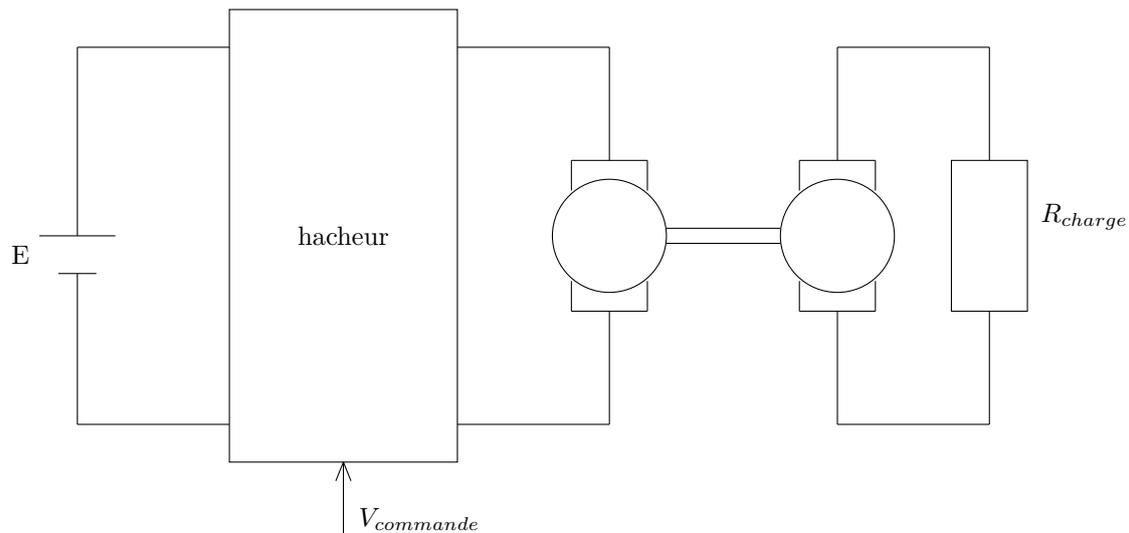
1 Présentation des systèmes asservis, rétroaction négative

message : Montrer qu'est-ce qu'un système asservi et comment l'étudier.

1.1 Intérêt d'une boucle de rétroaction : insensibilités aux perturbations

message : Montrer à partir d'un exemple qu'un système avec une boucle de rétroaction, contrairement à un système en boucle ouverte, se corrige de lui même. Le système avec une boucle de rétroaction est donc insensible aux perturbations.

Dans cette partie on va se baser sur l'exemple de la Machine à Courant Continu (MCC).
Objectif : commander la vitesse de rotation de l'arbre la MCC avec la tension $V_{commande}$



Description :

- Alimentation : source d'énergie électrique continue avec une tension E .
- Hacheur : permet de moduler la puissance fournie par l'alimentation à la MCC.
- MCC : convertisseur d'énergie électro-mécanique pour faire tourner son arbre.
- Génératrice + Résistance de charge : couple résistant sur l'arbre.

Si on fait varier la valeur de $V_{commande}$ on observe bien que la vitesse de rotation ω varie donc avec $V_{commande}$ on peut bien commander ω .

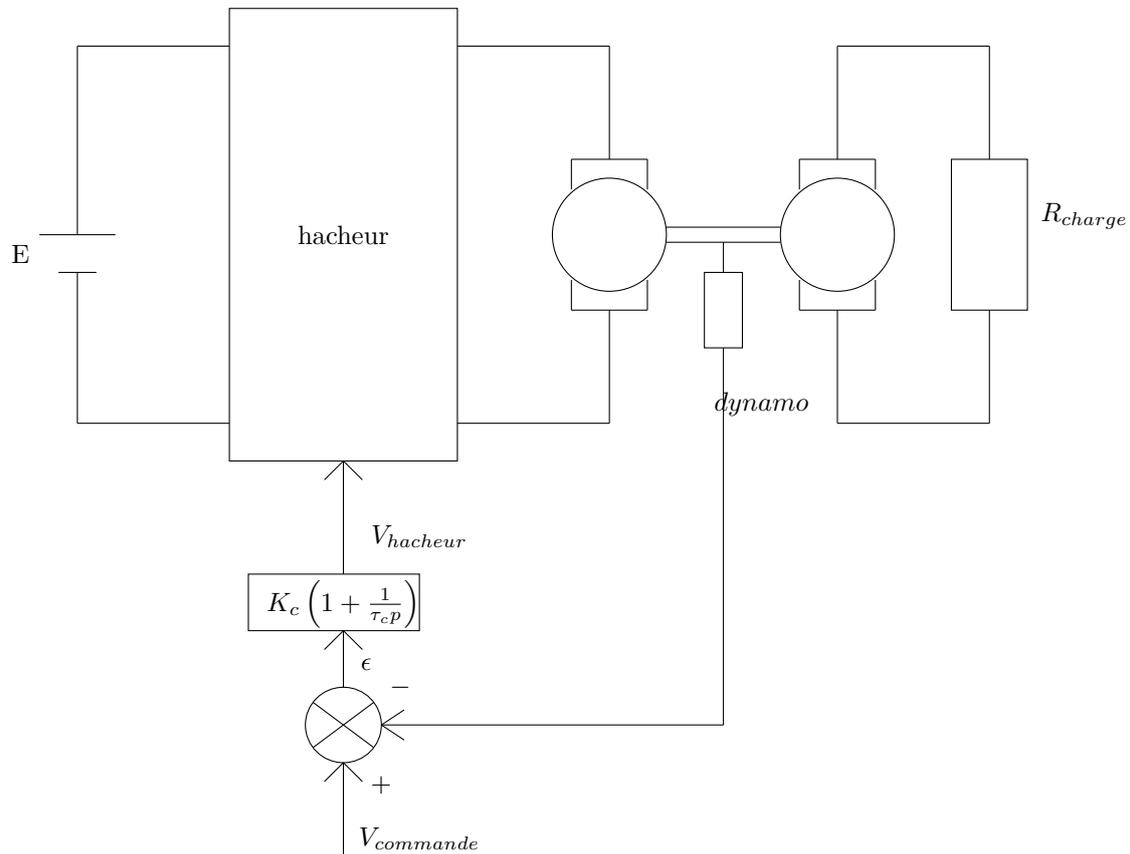
Changer $V_{commande}$ en direct et voir que la vitesse change.

Mais cette commande dépend des conditions extérieures au système. Par exemple, si on n'a pas le même objet à déplacer, le couple résistant est différent. On remarque que la vitesse de

rotation change.

Débrancher R_{charge} en direct et voir que la vitesse change radicalement.

Pour que le système corrige ça de lui-même, il faut qu'il compare la vitesse réelle de l'arbre avec la vitesse qu'il attend.



La dynamo-tachymétrique mesure la vitesse de rotation et fournit une tension qui peut être comparée à la tension de commande.

Le comparateur effectue une soustraction $\epsilon = (V_{commande} - V_{dynamo})$.

Si $\epsilon \geq 0$ alors on ne va pas assez vite donc il faut fournir plus de la puissance à la MCC.

Si $\epsilon \leq 0$ alors on va trop vite, il faut que la MCC ralentisse. On doit fournir moins de la puissance à la MCC.

On peut donc utiliser ϵ pour commander le hacheur.

On a alors un système bouclé, ou avec une boucle de rétroaction! C'est cette rétroaction négative qui fait automatiquement la comparaison.

Reprendre la MCC mais faire la boucle. On fait varier la résistance de charge : la vitesse de rotation varie pendant un transitoire, mais se stabilise en régime permanent à la valeur de consigne.¹

1. On a essayé avec juste un correcteur proportionnel et les effets de saturation apparaissent avant qu'on ait pu augmenter suffisamment le gain pour que le système soit précis à quelques pour-cents.

1.2 Modélisation comme un système linéaire continu invariant

message : Présenter les hypothèses avec lesquelles un système peut être modélisé simplement. Et réaliser cette modélisation pour l'exemple choisi.

On veut modéliser ce système pour prédire son comportement dynamique.

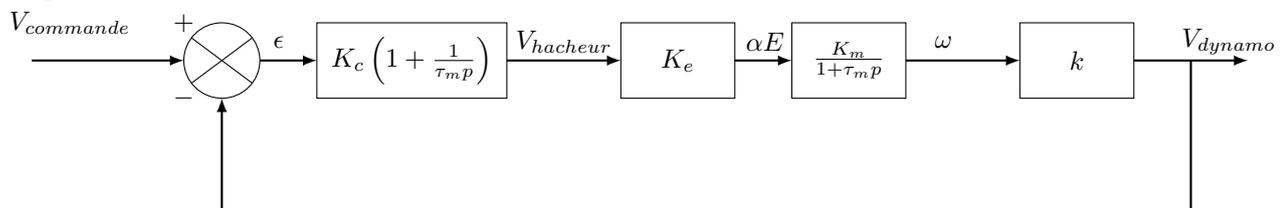
Définitions :

- linéaire : on peut modéliser par une équation différentielle linéaire à coefficient indépendant du temps l'évolution des paramètres d'entrée et de sortie d'un système.
Par exemple, il faut que $V_{hacheur}$ soit compris entre 0 et 10V car le rapport cyclique α sature en dehors de cette plage dès qu'il a atteint 0 et 1.
- continu : les variables temporelles sont analogiques. Elles sont continues dans le temps.
Par exemple, la dynamo-tachymétrique est un capteur qui n'échantillonne pas les mesures de vitesse.
- invariant : les systèmes ne se dégradent pas au cours du temps de l'expérience.

On peut alors utiliser ce qu'on a vu dans un cours précédent sur les transformées de Laplace. Dans ce cadre là, on va identifier chaque élément du système et les représenter par leur fonction de transfert sur un schéma bloc.

- alimentation et hacheur : correspond à un gain statique K_e
- dynamo : gain statique k
- moteur : système régit par une équation différentielle du premier ordre car : **manip : envoyer un échelon de tension et regarder la réponse, on reconnaît un système du 1er ordre.**
Donc la fonction de transfert du moteur est de la forme $\frac{K_m}{1+\tau_m p}$
- sortie du compensateur : correcteur proportionnel intégral $K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_c p}\right)$ et on fait en sorte que $\tau_m = \tau_c$

On peut donc construire le schéma bloc suivant :



On définit :

- la chaîne directe de fonction de transfert : $FTCD(p) = \frac{V_{dynamo}}{\epsilon} = \frac{K_e K_m k}{1+\tau_m p} K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_m p}\right) = \frac{K K_c}{\tau p}$
- la boucle ouverte = chaîne directe et chaîne de retour. Fonction de transfert $FTBO(p) = 1 \times \frac{K K_c}{\tau p}$ car chaîne de retour unitaire ici.
- la boucle fermée = système complet. On a : $V_{dynamo} = FTBO \times \epsilon = FTBO \times (V_{commande} - V_{dynamo})$

D'où $FTBF = \frac{V_{dynamo}}{V_{commande}} = \frac{FTBO}{1+FTBO}$ pour une chaîne de retour unitaire.

Pour une chaîne de retour dans le cas général, on a $FTBF = \frac{FTCD}{1+FTBO}$.

Dans le cadre de la MCC, on a : $FTBF = \frac{\frac{K K_c}{\tau p}}{1 + \frac{K K_c}{\tau p}} = \frac{1}{1 + \frac{\tau p}{K K_c}}$

Cette modélisation va nous permettre d'évaluer les performances de cet asservissement. Le

choix du retour unitaire implique que ce que l'on asservit n'est pas directement la vitesse du moteur mais la tension de sortie du capteur.

2 Performances d'un système asservi

message : Montrer la différence entre un bon et un mauvais asservissement selon trois critères Précision-Rapidité-Stabilité.

2.1 Précision

message : Un asservissement est précis si au bout d'un temps suffisamment long la grandeur de sortie est égale à la grandeur de commande. Grâce à la modélisation effectuée montrer que la présence d'un intégrateur dans le correcteur rend le système précis.

On attend que le système asservi réponde le plus précisément possible à la consigne qu'on a envoyé. Pour un système parfait entrée et sortie seraient confondues en **régime permanent**.

Précision : c'est la valeur ϵ en l'infini sur le schéma-bloc = différence entre entrée et sortie en régime permanent

On calcule donc l'erreur statique : on envoie un échelon de tension et on regarde la sortie. Erreur calculé à l'aide du théorème de la valeur finale :

$$\epsilon_{\text{statique}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} (p\epsilon(p)) \quad (1)$$

Or on a vu sur le schéma bloc que la boucle ouverte a pour fonction de transfert : $FTBO = \frac{KK_C}{\tau p}$

Et l'erreur $\epsilon(p) = \frac{V_{\text{dynamo}}}{FTBO} = \frac{V_{\text{commande}} FTBF}{FTBO} = \frac{V_{\text{commande}}}{1+FTBO}$. La transformée de Laplace d'un échelon donne $V_{\text{commande}} = \frac{E_0}{p}$. On en déduit $\epsilon_{\text{statique}} = \lim_{p \rightarrow 0} (p\epsilon(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{pE_0}{p(1+FTBO)} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{E_0}{1 + \frac{KK_C}{\tau p}} \right)$ D'où $\epsilon_{\text{statique}} = 0$. Le correcteur qu'on a choisi permet d'avoir une erreur statique nulle, si le système a bien été modélisé.

2.2 Rapidité

message : Un système est d'autant plus rapide que le temps à la grandeur de sortie d'être proche (à X % près) de la grandeur d'entrée est court. Montrer grâce à la modélisation que le gain du correcteur permet de rendre le système plus rapide.

On attend que le système asservi réponde le plus rapidement possible à la commande. Pour cela comparons les fonctions de transfert du système avec rétroaction et sans rétroaction : c'est-à-dire les FTBO et les FTBF

<p>Sans rétroaction</p> $FTBO = \frac{K}{1+\tau p}$ $BP = \frac{1}{\tau}$	<p>Avec rétroaction</p> $FTBF = \frac{1}{1 + \frac{\tau p}{K_c K}}$ $BP = \frac{K_c K}{\tau}$
---	---

La bande passante du système est d'autant plus grande que le gain augmente. Donc le temps de réponse est plus court quand le gain augmente, il est plus rapide.

Montrer sur la machine à courant continue asservie que lorsque on augmente le gain le système est plus rapide. Par exemple à l'aide d'une commande en créneau de période une seconde et en jouant sur le gain du correcteur proportionnel intégrale.

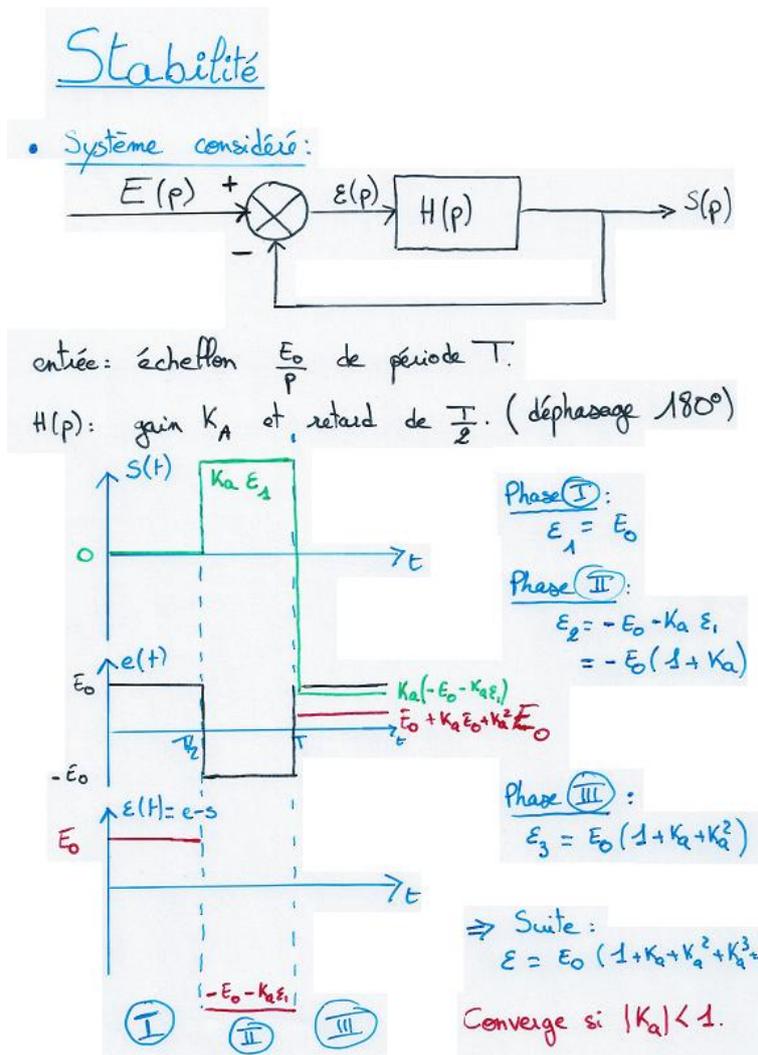
2.3 Stabilité

message : Un système est instable si la grandeur de sortie diverge sous l'effet d'une perturbation. Expliquer ce qui rend un système bouclé instable et définir un critère de stabilité. Discuter grâce à la modélisation du compromis Rapidité/Stabilité par l'influence du gain du correcteur.

instabilité : se manifeste par une divergence de la réponse du système sous l'effet d'une perturbation, d'un bruit.

stabilité : si le système est soumis à une impulsion de Dirac en entrée, il revient à sa position d'équilibre après un temps de relaxation.

Ici on ne va pas mettre de Dirac en entrée d'un système mais un signal créneau de période T et on va considérer un système un peu particulier avec un gain K_a et qui induit un retard d'une demi-période pour toutes les fréquences.



phase I	ε_I	$= E_0$
phase II	ε_{II}	$= -E_0 - K_a E_0$

phase III

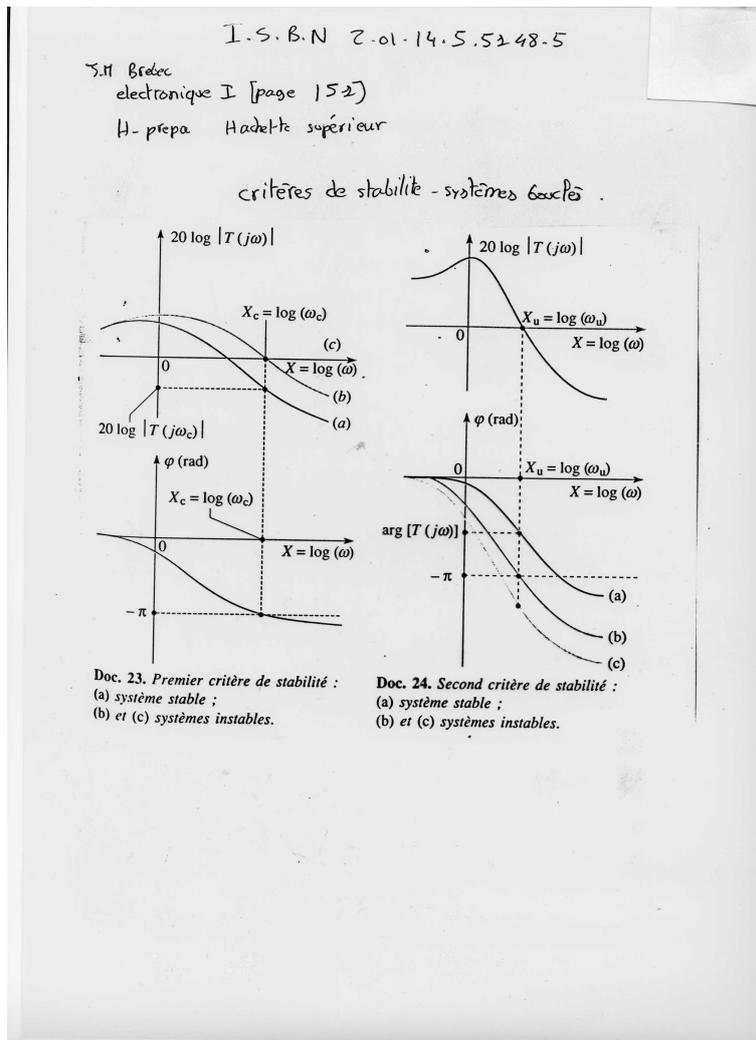
ϵ_{III}

$$= E_0 + K_a E_0 + K_a^2 E_0$$

On voit que ϵ converge si $K_a \leq 1$ donc la sortie converge donc le système est stable.

Pour résumer le système est stable si le gain en boucle ouverte est inférieur à 1 quand le déphasage vaut -180° (un retard d'une demi-période)

montrer un exemple d'utilisation du critère de stabilité des systèmes bouclés avec des tracés de FTBO (sur les transparents dispo à l'agreg)



On doit faire un compromis entre stabilité et rapidité/stabilité en effet augmenter le gain en boucle ouverte rend le système plus rapide mais moins stable.

3 Oscillateurs auto-entretenus, rétroaction positive

message : Montrer l'utilité de la rétroaction pour réaliser des systèmes oscillant à une période fixée de manière automatique.

3.1 Oscillateur quasi-sinusoïdal : le pont de Wien

message : Présenter le fonctionnement d'un oscillateur auto-entretenu en deux chaînes : une chaîne amplificatrice et une rétroaction positive avec un filtre. Et discuter du rôle du gain de la chaîne amplificatrice et du rôle des non-linéarités.

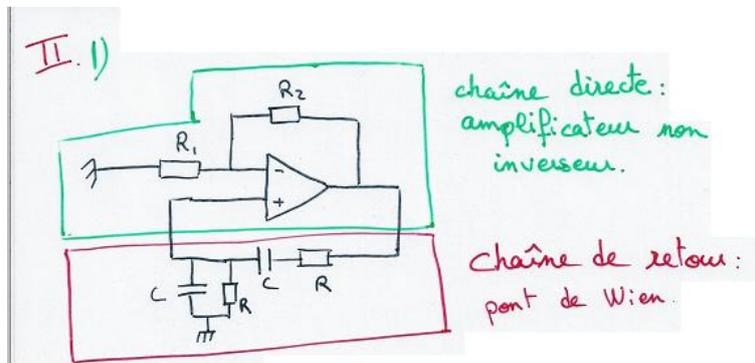
Oscillateur = système rendu volontairement instable. Ils sont utilisés dans beaucoup de domaines de la physique. On s'attardera ici sur leur utilisations dans l'électronique et l'optique. On s'intéressera ici aux oscillateurs à boucle de rétro-action positive.

La naissance des oscillations ce fait à partir du bruit. Ces oscillations divergent, on dit qu'elles sont instables. Cette instabilité est due à la chaîne de retour amplificatrice.

L'apparition de non-linéarités comme les saturations limite la divergence des oscillations. Cela a pour effet de permettre au système d'atteindre un régime permanent.

Pour sélectionner une seule période d'oscillation, on utilise un filtre. Le filtre rend la chaîne de retour sélective en fréquence, c'est la fréquence de résonance du filtre qui est sélectionnée comme fréquence oscillante. Pour avoir un oscillateur quasi-sinusoïdal et éviter trop de distorsion le gain ne doit pas être trop élevé.

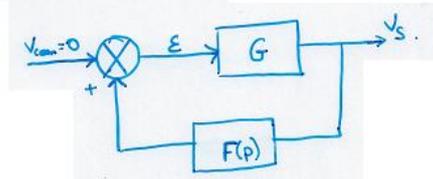
un exemple est constitué avec comme filtre le pont de Wien et comme chaîne amplificatrice le montage ampli non-inverseur.

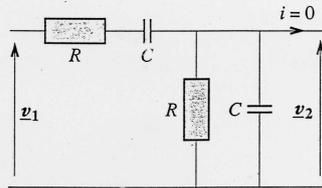


Amplificateur non inverseur: $G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

pont de Wien: $F(p) = \frac{1/3}{1 + \frac{1}{3} \left(RCp + \frac{1}{RCp} \right)}$

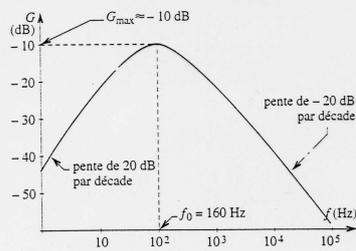
Schéma bloc.



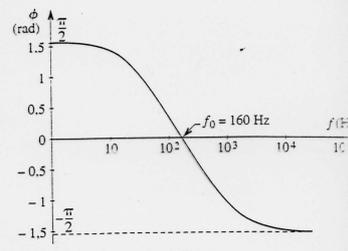


Doc. 4. Filtre de WIEN.

$$H(j\omega) = \frac{v_2}{v_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} = \frac{1}{1 + \left(R + \frac{1}{jC\omega}\right) \left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)}$$



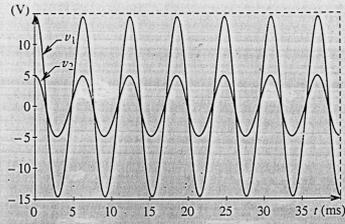
Doc. 5. Gain du pont de WIEN.



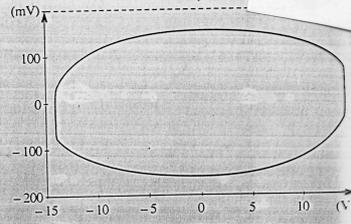
Doc. 6. Déphasage du pont de WIEN.

Electronique
 Electrotechnique II
 1^{re} année PCSE-PTSE
 H. Prépa 1995 ISBN 2.01.14.5154 X
 147

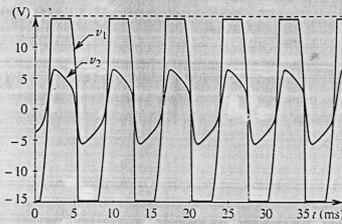
Pour l'exemple on a oscillation si le gain de la chaîne amplificatrice est supérieur à 3. (expliquer avec le critère de stabilité. Attention, ici, on regarde pour un déphasage de 0° car on a une boucle de rétroaction positive et non plus négative.)



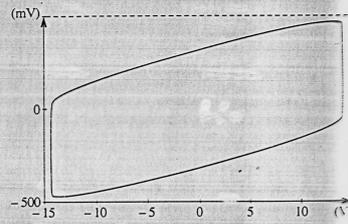
Doc. 13. Régime établi de l'oscillateur à pont de Wien :
 $R_2 = 2.05 \text{ k}\Omega$.



Doc. 15. Diagramme de phase $\frac{dv_1}{dt} = f(v_1)$ de l'oscillateur à pont de Wien ($R_2 = 2.05 \text{ k}\Omega$), régime établi.



Doc. 16. Régime établi de l'oscillateur à pont de Wien :
 $R_2 = 3.3 \text{ k}\Omega$.



Doc. 19. Diagramme de phase $\frac{dv_1}{dt} = f(v_1)$ de l'oscillateur à pont de Wien ($R_2 = 3.3 \text{ k}\Omega$), régime établi.

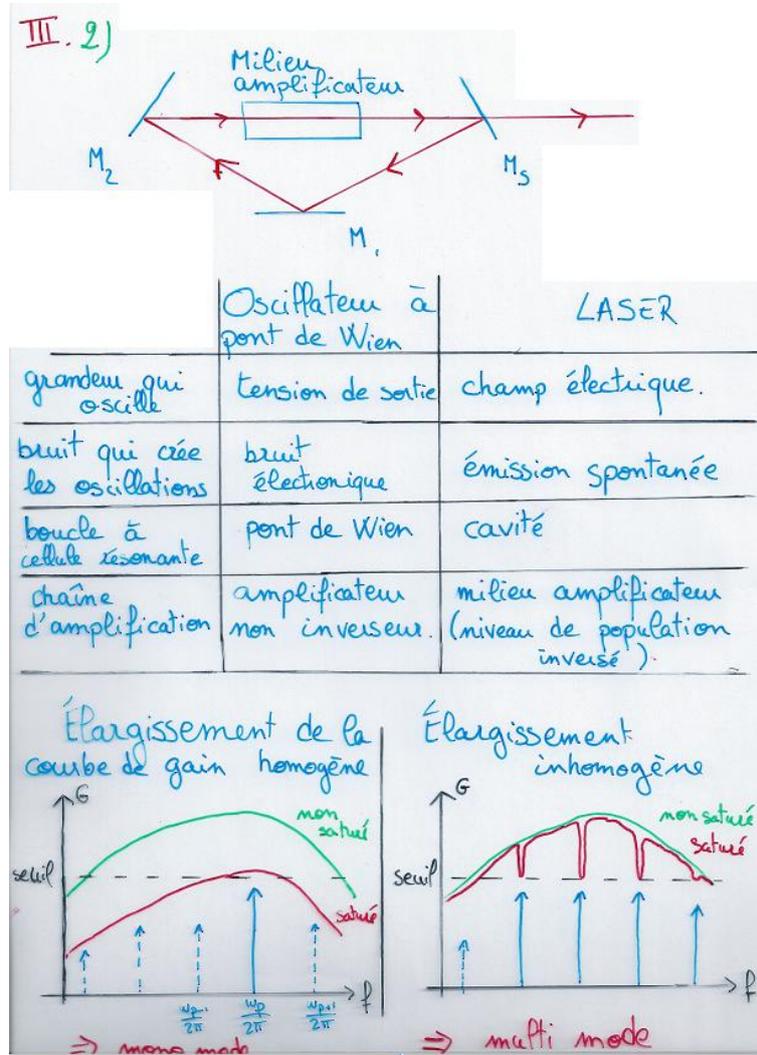
Influence du gain sur l'oscillateur
à pont de Wien

Electronique
 Electrométrie II
 1^{ère} année PCSI-PTSI

H. Prépa 1995 ISBN 2.01.14.5154X
 p 151

3.2 Oscillateur monochromatique : le laser

message : Identifier les éléments correspondant au fonctionnement d'un oscillateur auto-entretenu. Et discuter du rôle du facteur de qualité du filtre.



Pour un laser les différences avec l'exemple précédent sont que dans la cavité il y a plusieurs résonances et que le gain et la saturation du gain sélectionne un mode ou plusieurs suivant si l'élargissement de la courbe de gain est homogène ou inhomogène.

Pour un laser on a un facteur de qualité très grand, on parle d'habitude de finesse d'une raie, d'où une grande stabilité en fréquence des oscillations, on parle de source de lumière monochromatique.

4 Questions

- Pour la modélisation tu as parlé de système invariant comme d'un système qui ne se dégrade pas, mais le système est dégradé par rapport à quoi? *C'est pendant la durée de l'expérience qu'il ne se dégrade pas.*
- Tu as représenté la machine à courant continu par un système du premier ordre qu'elles sont tes hypothèses? *J'ai négligé le deuxième ordre.*
- Quels sont les origines de ces deux ordres? *Électronique pour le plus rapide et mécanique pour le moins rapide à cause de la grande inertie de ce moteur. Dans ce cas là on peut bien négliger l'ordre d'origine électronique mais ce n'est plus vrai pour les moteurs à faibles inerties.*
- Ça signifie quoi un retour unitaire? *On a fait le choix que le paramètre de sortie c'est la tension du capteur à dynamo-tachymétrique.*
- Imaginons que le capteur varie en fonction de la température qu'est-ce qu'il se passe? *La grandeur : vitesse du moteur, varie. Il faut donc avoir un bon contrôle sur le capteur.*
- Tu as dit la précision c'est $\epsilon = V_{\text{entrée}} - V_{\text{sortie}}$? ϵ c'est le signal d'erreur et on en déduit l'erreur statique.
- La précision ça dépend de quoi? *De l'entrée : de la façon de sollicité si on envoie une rampe on regarde l'erreur de traînée.*
- Le théorème de la valeur finale est établi sous hypothèses et il est difficile à démontrer. Si on veut éviter de le citer on peut retrouver l'erreur statique juste avec la FTBF.
- Si on veut un système rapide, peut-on augmenter le gain du correcteur dans la MCC jusqu'à l'infini? *Pour le modèle présenté oui car système d'ordre 1 donc toujours stable; mais si on augmente beaucoup le gain on risque de rendre le modèle non valable et voir des instabilités car un modèle plus adapté serait un ordre 3.*
- Y a-t-il une autre raison pour laquelle le gain du correcteur est limité? *Oui, il ne sert à rien d'augmenter le gain indéfiniment car des effets non-linéaires comme la saturation à 1 du rapport cyclique apparaissent.*
- A quoi est due la stabilité en fréquence? *Elle vient des performances de l'A.Op utilisé dans le montage. Ce composant possède un certain produit gain-bande donc il induit un déphasage ce n'est pas un amplificateur parfait. Et ce déphasage dépend de la température. Pour l'améliorer on prend dans la chaîne de retour un filtre avec un plus grand facteur de qualité.*
- Quel est l'ordre de grandeur de la stabilité d'un oscillateur à pont de Wien et d'un oscillateur à quartz? *Pour le pont de Wien $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-3}$ et pour l'oscillateur à quartz $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-6}$*

5 Commentaires

- Pour le laser il serait bien de faire un petit schéma bloc.
- Faire attention d'expliquer au début qu'on parle autant d'asservissement en disant qu'on va parler de rétroaction en général.
- Une autre stratégie pour aborder cette leçon serait d'introduire dans une première partie sur la stabilité. Et après faire deux autres parties : - une où on se bat pour avoir un système stable et on voit ce que l'on peut en faire
 - et une où on rend volontairement le système instable et on fait des oscillations.Cette stratégie permet de mettre la notion de stabilité au cœur de la leçon.
- L'ordre choisi dans le plan pour présenter les performances du systèmes : précision puis rapidité puis stabilité n'est pas logique car la première chose à avoir c'est un système stable.
- Pour la stabilité des systèmes bouclés, on cherche à trouver un critère qui est basé sur ce qu'on connaît du système, c'est-à-dire des modélisations qu'on en a faite. La modélisation du système, c'est sa fonction de transfert donc on cherche un critère qui se base dessus. C'est pour ça qu'on a choisi ce critère de stabilité et pas le critère du revers.

Bibliographie

- G. COLOMBARI, J.GIRAUD, *Sciences industrielles Classe préparatoire 1ère année et 2e année*, édition Foucher
- J-M.BRÉBEC, ..., *Electronique 2ieme année PSI-PSI**, édition Hachette Supérieur.
- GRYNBERG, ASPECT ET FABRE, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*

Matériel

Le matériel pour asservir une machine à courant continu.