

LP 17- Phénomènes de transport

Hadrien VROYLANDT & Armand DELAVALLEE

17 mars 2014

Niveau : L2

Prérequis :

- Thermo de 1ère année
- Analyse vectorielle

O. Intro : Généralités sur les phénomènes de transport

Différents modes de transport-> Montrés avec l'expérience de la goutte d'encre (ou $KMnO_4$ dans l'eau)

On explique ensuite que tout ces phénomènes se placent dans le cadre de la thermodynamique hors équilibre et que ce que l'on observe, c'est le retour à l'équilibre.

Expliquer que l'on va s'intéresser essentiellement à la diffusion particulaire et que l'on généralisera à partir de ça pour la diffusion générale, pour tout ce qui est convection et rayonnement, on botte en touche sur la leçon d'après (LP18 : Flux conductifs, convectifs, radiatifs, bilans thermiques.)

I. Principes premiers

1. Equilibre thermodynamique local

Pour pouvoir définir toutes les grandeur qui nous intéresse (température, pression, densité), on doit se placer à l'équilibre thermodynamique, ce qui n'est justement pas le cas, on se place donc dans le cas de l'équilibre thermo local qui consiste à dire que l'on est à l'équilibre localement les variables sont donc définis localement (on a $T(x,t)$ et pas T)

On note bien que cela necessite 2 échelles de temps, celle de la mise à l'équilibre local (quelques collisions), et celle de l'évolution des grandeurs intéressantes (beaucoup plus lent)) On peut faire un exemple avec le gaz hors équilibre pour définir les 2 echelles de temps.

On donne également un certains nombres de grandeur qui peuvent diffuser et leurs unités (n , \vec{p} , Chaleur, charge)

2. Vecteur courant

Pour pouvoir s'intéresser aux variations des grandeurs précédentes, on s'intéresse aux variations de celles-ci et on pose pour cela le vecteur courant : Soit dS une surface infinésimale, orientée par son vecteur normal \vec{u}_n et placée en un point M du fluide porteur. Soit δ^3N la quantité de particules diffusées traversant cette surface infinésimale entre les temps t et $t + dt$. Le vecteur densité de flux de particules diffusées au point M et au temps t est, par définition, le vecteur $\vec{j}(M, t)$, tel que :

$$\delta^3N = \vec{j}(M, t) \cdot d\vec{S} dt$$

On donne exemple + unités.

3. Equations de conservation

On l'établit dans le cas particulière et en 3D.
 On oublie pas de rajouter le terme source.
 On en donne la généralisation dans les autres cas.

II. Loi de la diffusion

1. Expression du vecteur courant

On cherche à relier la valeur du vecteur courant à la densité locale.
 => Expression phénoménologique, loi de Fick, donner son origine (dire que ça fonctionne par analogie avec le loi de fourier, en profiter pour donner la loi de fourier) expliquer d'où vient l'approx (Il s'agit d'une approx linéaire, cf prigogyne ou le complément du diu pour plus d'info)

2. Equation de diffusion

A partir de I.3) et de II.1), on établit l'équ de la diffusion.
 On en balance la solution unidimensionnelle (démonstration en annexe) pour le cas du dirac

$$dP(x, t) = \frac{dx}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}\right)$$

(Probabilité de trouver une particule en x (à dx près) à t)

d'où

$$n(x, t) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}\right)$$

On en tire diverses conclusions :

- La densité maximale reste centrée sur le point d'injection.
- La position moyenne également.
- L'écart moyen à l'origine varie en \sqrt{t} .

III. Approche microscopique

1. Position du problème et analogie

On donne des infos sur Brown, botaniste, observe, l'effet qui porte son nom en 1827, en regardant des grains de pollens dans l'eau. On veut tenter d'expliquer la diffusion particulière par un modèle microscopique, l'étude du mouvement brownien montre que l'on peut utiliser un formalisme de marche au hasard (collisions nombreuses de résultats indéterminés). Ce qui va donc jouer, c'est l'agitation moléculaire microscopique, qui conduit à une mise en mouvement des particules diffusées.

2. Marche au hasard

On se place dans le cadre d'un marche au hasard unidimensionnelle équilibré (isotropie de l'espace) pour une seule particule. Tout les τ , la particule se déplace de $\pm a$ avec une probabilité 1/2. (Faire le dessin au tableau)

3. Retour sur le cadre macroscopique

On fait les parallèles entre ce modèle microscopique et le cadre précédent. Et on conclut.