

COMPTE RENDU DE LEÇON LP11

Premier principe de la thermodynamique

Auteurs :
Louis D'ERAMO,
Pierre GÉHANNE,

Responsable :
Renaud SKRZYPEK

12 février 2015

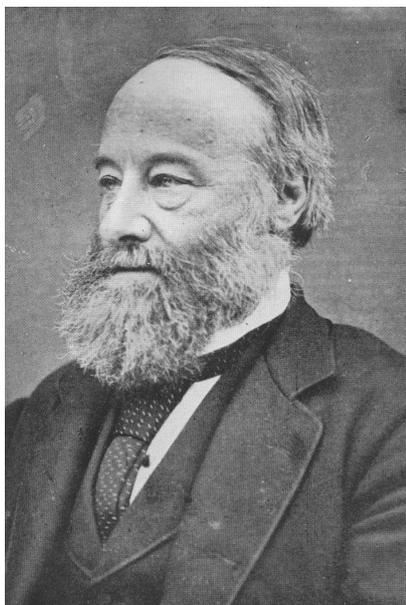


Table des matières

1 Mécanique d'un système thermodynamique	1
1.1 Description du système	1
1.2 Calcul de l'énergie mécanique	2
1.3 Calcul du travail	2
2 Le premier principe et ses conséquences	3
2.1 Énergie interne thermodynamique	3
2.2 Retour sur le travail	3
2.3 Coefficients calorimétriques	4
3 Application : le moteur Diesel	5
3.1 Étude du système	5
3.2 Efficacité du moteur	5

A Questions et commentaires 6

Niveau L1

Prérequis :

- Mécanique du point : Énergie mécanique; théorème de König; notions de force et de travail.
- Définition d'un système thermodynamique, notion de transformation
- Électrocinétique, puissance instantanée.
- Théorie cinétique des gaz, équation d'état du gaz parfait.

Bibliographie :

- ROUX, SEIGNE *L'énergie en mécanique et en thermodynamique* BUP n°832, vol. 95, mars 2001, p491-507, un article de référence pour comprendre le lien entre premier principe et théorème de l'énergie cinétique. Explication convaincante du transfert thermique (voir aussi le FAYE de thermodynamique qui adopte le même point de vue).
- DIU, GUTHMANN, LEDERER, ROULET *Thermodynamique* (536.1 DIU), cette référence nous a servi pour toutes les questions de calcul des travaux généralisés en thermodynamique (partie 1.2), peut être un peu trop complet. Les annexes font toute référence à des calculs de travaux dans différents milieux.
- ROUX, SEIGNE *Thermodynamique 1ère année* (536.1 ROU), le bouquin écrit par ceux qui ont fait l'article du BUP. Un peu moins précis que le BUP mais peut être utile (traite aussi l'exemple du moteur diesel présenté en fin de leçon)
- FAROUX, RENAULT *Thermodynamique* (53.4 FAR), une bonne référence simple et compréhensible, pas mal pour se mettre dans le bain et obtenir des infos complémentaires
- OLIVIER *Thermodynamique 1ère année* (53.4 OLI), une autre bonne référence qui présente le premier principe assez justement. Fait pas mal de considération sur les travaux aussi.

Idées à faire passer dans la leçon

Version lapidaire : Le lien avec le théorème de l'énergie cinétique, le passage de la mécanique à la thermo, l'idée que la thermo permet d'expliquer les machines thermiques.

Version verbuse : La thermodynamique est une branche de la physique qui s'intéresse à des systèmes formés de nombreuses particules microscopiques du point de vue de leurs variables macroscopiques. Dans le passage de la description micro à la description macro, le changement de point de vue nécessite un postulat sur l'énergie moyenne « interne » du système, c'est le premier principe. L'énergie macro du système peut varier sous l'effet de forces non conservatives macro ou micro, de là vient la distinction entre travail et le transfert thermique. Grâce à ce changement de point de vue, on peut traiter de manière simple des systèmes complexes du point de vue de la mécanique micro, telles les machines thermiques.

Introduction

On a vu dans le cours précédent que l'on pouvait étudier la notion de gaz à travers la notion de cinétique. On a ainsi défini une pression, une température, et ainsi remonté à la loi des gaz parfait. Néanmoins cette technique est assez calculatoire et ne permet pas d'obtenir plus de résultats que ce qu'elle nous a donné. On va dans cette leçon adopter un point de vue énergétique qui va nous permettre de résoudre un certain nombre de problèmes plus facilement.

1 Mécanique d'un système thermodynamique

1.1 Description du système

On considère un ensemble de N particules identiques contenues dans un volume V . Ces particules vont subir des interactions de différents types :

- extérieure conservative F_c^{ext}
- extérieure non conservative F_{nc}^{ext}
- intérieure conservative F_c^{int}

NB : on affirme ici qu'à courte portée, toutes les forces sont conservatives.

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble du système s'écrit alors :

$$\Delta E_c = W_c^{ext} + W_{nc}^{ext} + W_c^{int}$$

or $W_c^{ext} = -\Delta E_p^{ext}$ et $W_c^{int} = -\Delta E_p^{int}$, d'où :

$$\Delta(E_c + E_p^{int} + E_p^{ext}) = W_{nc}^{ext}$$

autrement dit :

$$\boxed{\Delta E_m = W_{nc}^{ext}}$$

1.2 Calcul de l'énergie mécanique

On a :

$$E_m = E_c + E_p^{int} + E_p^{ext}$$

détaillons E_c :

$$E_c = \frac{1}{2}m \sum_{i=1}^N \vec{v}_i^2$$

où m est la masse d'une particule.

Plaçons nous dans le repère barycentrique \mathcal{R}^* (figure 1), d'après le théorème de König,

$$E_c = \frac{1}{2}M\vec{v}_{G/\mathcal{R}}^2 + \frac{1}{2}m \sum_{i=1}^N \vec{v}_i^{*2}$$

où $M = Nm$ est la masse du système. L'énergie mécanique peut alors s'écrire

$$E_m = \frac{1}{2}M\vec{v}_{G/\mathcal{R}}^2 + E_p^{ext} + \underbrace{\frac{1}{2}m \sum_{i=1}^N \vec{v}_i^{*2} + E_p^{int}}_{U_{méca}}$$

nous appellerons la partie de l'énergie mécanique ne dépendant pas des variables extérieures au système dans \mathcal{R}^* « énergie interne mécanique » :

$$\boxed{U_{méca} = \frac{1}{2}m \sum_{i=1}^N \vec{v}_i^{*2} + \sum_{i,j} E_{p,i,j}^{int}}$$

NB : rappelons que dans cette description, nous n'avons pas considéré les réactions chimiques ou nucléaires, qui peuvent entrer en compte dans l'expression de U .

1.3 Calcul du travail

En mécanique, on a introduit la notion de travail élémentaire par

$$\boxed{\delta W = \vec{F} \cdot \vec{dl} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt}$$

où \vec{dl} est le vecteur déplacement élémentaire, dirigé dans le sens du mouvement et parallèle à la trajectoire. On a aussi rencontré la puissance instantanée en électrocinétique, avec

$$P(t) = u(t)i(t) \text{ soit } \delta W = u(t)i(t) dt$$

Dans la suite du chapitre (et du cours de thermodynamique en général) on s'intéressera particulièrement aux forces de pression. Calculons donc le travail associé.

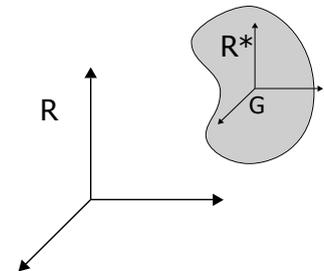


FIGURE 1 – Référentiel barycentrique

On considère le système Σ formé par un gaz de volume V contenu dans un cylindre de section A et par le piston qui ferme celui-ci (voir figure 2). La force que l'utilisateur peut exercer sur Σ s'exprime comme.

$$\vec{F} = -p_{ext} A \vec{u}_x$$

Le déplacement élémentaire s'écrivant $\vec{dl} = dx \vec{u}_x$, on a finalement

$$\delta W_{pression} = -p_{ext} A dx = -p_{ext} dV$$

Il est possible de généraliser la notion de travail¹ en écrivant dans la plupart des cas :

$$\delta W_k = -\varepsilon X_k^{ex} dx$$

On notera au tableau $\delta W = -X^{ex} dx$ pour éviter de compliquer d'avantage le paragraphe.

Ceci est vrai pour les forces de pression $X^{ex} = p_{ext}$ et $x = V$, mais aussi en électronique ($\delta W_{el} = V^{ex} dq$).

Si la transformation est faite de manière réversible, alors à tout instant l'équilibre mécanique est vérifié et $p_{ext} = p$, d'où

$$\delta W_{pression}^{rev} = -p dV$$

on dit que p et V sont des variables conjuguées.

La généralisation pour une transformation réversible² est alors immédiate :

$$\delta W_{rev} = -X dx$$

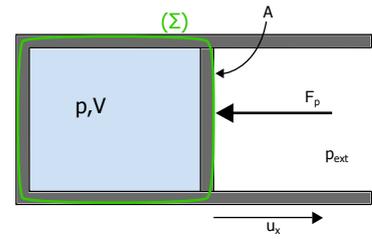


FIGURE 2 – piston sous l'action de la pression extérieure

2 Le premier principe et ses conséquences

2.1 Énergie interne thermodynamique

On a défini dans la partie précédente

$$U_{méca} = \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^N \vec{v}_i^{*2} + \sum_{i,j} E_{p,i,j}^{int}$$

donc $U_{méca} = f(r_1, \dots, r_N, v_1^*, \dots, v_N^*)$ est une fonction de $2N$ variables. Dans le cas d'un système macroscopique, il faudrait résoudre un problème à 10^{23} corps pour obtenir une expression exacte de $U_{méca}$, ce qui est impossible analytiquement comme numériquement. On va donc considérer l'état du système du point de vue de sa moyenne statistique et définir une nouvelle énergie interne :

$$\begin{aligned} U^{th} &= \langle U_{méca} \rangle \\ &= \left\langle \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^N \vec{v}_i^{*2} \right\rangle + \left\langle \sum_{i,j} E_{p,i,j}^{int} \right\rangle \end{aligned}$$

Cette nouvelle énergie interne présente des propriétés postulées par le **premier principe** :

— elle est extensive : $U_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = U_{\Sigma_1} + U_{\Sigma_2}$;

— c'est une *fonction d'état* : elle ne dépend que des variables d'état du système macroscopique : $U = f(p, V, T)$

NB : en moyennant, le bilan énergétique est devenu

$$\begin{aligned} E_m^{th} &= \left\langle \frac{1}{2} M \vec{v}_{G/\mathcal{R}}^2 \right\rangle + \langle E_p^{ext} \rangle + U^{th} \\ &= \frac{1}{2} M \vec{v}_{G/\mathcal{R}}^2 + E_{p,G}^{ext} + U^{th} \\ &= E + U^{th} \end{aligned}$$

1. En réalité il faut généraliser comme

$$\delta W_k = X_k^{ex} dx_k^{ex}$$

où X_k^{ex} est appelé « force généralisée » (ou grandeur conjuguée de la variables d'état primitive x_k^{ex}). le plus souvent, il existe une relation entre x_k^{ex} et une variable d'état primitive x du système :

$$dx_k^{ex} = -\varepsilon dx$$

2. Se traduisant par une relation du type $\varepsilon X_k^{ex} = X$

2.2 Retour sur le travail

Nous avons vu ce que devenait l'énergie mécanique, mais que devient le travail des forces extérieures non conservatives $\langle W_{nc}^{ext} \rangle$? On ne peut pas juste prendre en compte la moyenne de la force et la moyenne des vitesses, car ces deux grandeurs, considérées comme des variables statistiques, ne sont pas indépendantes...

$$\langle \vec{F} \cdot \vec{v} dt \rangle \neq \langle \vec{F} \rangle \langle \vec{v} \rangle dt$$

On modélise alors la force appliquée sur une particule par $\vec{F}_i = \vec{F}_{moy} + \vec{F}_{fluct}^i$ et sa vitesse par $\vec{v}_i = \vec{v}_{moy} + \vec{v}_{fluct}^i$. On a alors

$$W_{nc}^{ext} = \left(\vec{F}_{moy} \cdot \vec{v}_{moy} + \vec{F}_{moy} \cdot \vec{v}_{fluct}^i + \vec{F}_{fluct}^i \cdot \vec{v}_{moy} + \vec{F}_{fluct}^i \cdot \vec{v}_{fluct}^i \right) \Delta t$$

Si on moyenne, les termes de fluctuation seuls s'annulent : $\langle \vec{v}_{fluct}^i \rangle = \vec{0}$ et $\langle \vec{F}_{fluct}^i \rangle = \vec{0}$. Ainsi

$$\begin{aligned} \langle W_{nc}^{ext} \rangle &= \left(\vec{F}_{moy} \cdot \vec{v}_{moy} + 0 + 0 + \langle \vec{F}_{fluct}^i \cdot \vec{v}_{fluct}^i \rangle \right) \Delta t \\ &= W^{th} + Q \end{aligned}$$

où Q est appelé transfert thermique et est lié aux fluctuations microscopiques (c'est-à-dire aux termes que l'on a oublié en moyennant). On obtient finalement la relation³ :

$$\boxed{\Delta(E + U) = W + Q}$$

Remarques :

- Attention à ne pas confondre ce résultat avec le premier principe
- E et U sont des fonctions d'état, mais pas W et Q . Ces derniers dépendent de la transformation effectuée.
- On pourra calculer certains transferts thermiques grâce à des modèles microscopiques (conduction, convection, rayonnement).

2.3 Coefficients calorimétriques

On a vu grâce au premier principe que U était une fonction de p , T et V . Or, pour tout système, on peut trouver une équation d'état liant les variables thermodynamiques : $g(p, T, V) = 0$. Ainsi, U ne dépend en réalité que de deux variables. Nous allons faire le choix de T et V et écrire

$$\boxed{dU(T, V) = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV}$$

On considère maintenant une transformation avec travail de la pression et au repos macroscopique dans le référentiel galiléen de référence :

$$dU = \delta Q_{rev} + (-p dV)$$

d'où :

$$\delta Q_{rev} = \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V}_{C_V} dT + \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial V} + p \right)_T}_l dV$$

ce qui permet de définir la capacité thermique à volume constant C_V et la chaleur latente d'augmentation de volume l . Ainsi, pour une **transformation isochore**,

$$\boxed{Q_{rev} = C_V \Delta T}$$

En pratique, on rencontre souvent des transformations isobares. On définit alors une nouvelle énergie, appelée « enthalpie » : $H = U + pV$. Pour comprendre son effet, écrivons sa différentielle :

$$dH = dU + p dV + V dp$$

et dans le cas où $dU = \delta Q_{rev} - p dV$,

$$dH = \delta Q + V dp$$

en reprenant le même raisonnement que pour u , on a donc

$$\delta Q_{rev} = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_V dT + \left(\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T + p \right) dp$$

ainsi pour une **transformation isobare**,

$$\boxed{Q_{rev} = C_p \Delta T}$$

3. en oubliant les exposants « th »

3 Application : le moteur Diesel

3.1 Étude du système

Le cycle moteur (présenté sur le transparent joint en fin de rapport) peut se décrire en quatre étapes :

- AB : compression adiabatique
- BC : combustion isobare
- CD : détente adiabatique réversible
- DA : refroidissement isochore

On suppose de plus ces étapes quasi-statiques et réversibles

Une période de fonctionnement du moteur se décompose en 4 temps : lors de l'admission (E→A), la soupape dédiée s'ouvre tandis que le piston descend, permettant à l'air d'entrer dans le cylindre ; le piston remonte ensuite, comprimant et échauffant le gaz (A→B) ; le carburant est ensuite injecté dans l'air chaud, ce qui provoque une combustion (sans bougie pour l'allumage) : le gaz se détend en repoussant le piston (c'est la phase motrice B→C tant que du mélange brûle, C→D ensuite, puis D→A quand le gaz refroidit) ; ce dernier remonte ensuite tandis que la soupape d'échappement s'ouvre pour évacuer le mélange brûlé (A→E). On repart ensuite au début.

Pour faire l'étude de ce moteur, on se demande comment traiter un gaz parfait lors d'une transformation adiabatique, quasi-statique et réversible.

On a $\delta Q = 0$, donc $dU = -p dV$, et comme $dU = C_V dT$,

$$C_V dT = -p dV$$

On connaît l'équation d'état des gaz parfaits : $pV = nRT$, ainsi

$$C_V \frac{dT}{T} = -nR \frac{dV}{V}$$

De plus, on peut démontrer (relation de Mayer) que $C_p - C_V = nR$, ce qui permet d'obtenir, avec $\gamma = C_p/C_V = \text{cste}$:

$$\frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \frac{dV}{V}$$

autrement dit,

$$\boxed{TV^{\gamma-1} = \text{cste}}$$

Cette relation, appelée loi de Laplace, est valable pour une transformation réversible, adiabatique et tant que γ reste constante.

NB : on a aussi $PV^\gamma = \text{cste}'$ et $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cste}''$.

3.2 Efficacité du moteur

On définit $\eta = \frac{W_{\text{piston}}}{Q} = \frac{-W_1 + W_2}{Q}$. Or la transformation est cyclique :

$$\Delta U = W_1 - W_2 + Q_{BC} + Q_{AD} = 0$$

d'où $W_2 - W_1 = Q_{BC} + Q_{AD}$ Or la transformations BC est isobare :

$$Q_{BC} = Q = C_P(T_C - T_B)$$

et la transformation AD isochore :

$$Q_{AD} = C_V(T_A - T_D)$$

soit

$$\begin{aligned} \eta &= 1 + \frac{C_V(T_A - T_D)}{C_P(T_C - T_B)} \\ &= 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} \end{aligned}$$

Or on connaît

$$\begin{cases} T_A V_0^{\gamma-1} = T_B \left(\frac{V_0}{r}\right)^{\gamma-1} & \Rightarrow r^{\gamma-1} T_A = T_B \\ T_D V_0^{\gamma-1} = T_C \left(\frac{V_0}{k}\right)^{\gamma-1} & \Rightarrow k^{\gamma-1} T_D = T_C \end{cases}$$

et comme $p_B = p_C$, c'est-à-dire $V_B T_C = V_C T_B$, on a

$$\frac{T_C}{r} = \frac{T_B}{k} \Rightarrow k T_C = r T_B$$

Ainsi

$$T_C - T_B = \frac{T_C}{r}(r - k)$$

et

$$\begin{aligned} T_A - T_D &= r^{1-\gamma} T_B - k^{1-\gamma} T_C \\ &= T_C (kr^{-\gamma} - k^{1-\gamma}) \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\eta = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{kr^{1-\gamma} - rk^{1-\gamma}}{r - k}$$

autrement dit,

$$\eta = 1 - \frac{(kr)^{1-\gamma} k^\gamma - r^\gamma}{\gamma} \frac{k - r}{k - r}$$

AN : pour $r = 20$, $k = 15$ et $\gamma = 1,40$, on obtient $\eta = 0,68$.

En réalité les moteurs diesel peuvent avoir un rendement maximal de 45% alors que les moteurs essence n'ont qu'un rendement de 35%. Néanmoins la combustion d'un moteur diesel est moins efficace et de nombreuses particules fines sont libérées. De plus ces moteurs travaillent à des pressions plus importantes ce qui implique une technologie plus lourde, ce qui augmente le poids du véhicule.

Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre l'apparition de nouvelles grandeurs énergétiques propre à la thermodynamique et permettant de résoudre quelques problèmes simples. Néanmoins dans cette partie du cours nous n'avons pas mis en évidence un principe qui permet de déterminer si la transformation étudiée est possible et si oui dans quel sens elle va se faire.

A Questions et commentaires

- **Pourquoi toutes les forces sont-elles conservatives à l'échelle atomique? Est-ce démontrable?** C'est plutôt un postulat (les 4 interactions fondamentales sont des forces conservatives).
- **Le « théorème » de l'énergie cinétique est-il un postulat. Qu'en est-il du cas de deux particules?** Ce théorème vient du principe fondamental de la dynamique. Appliquons le à deux particules 1 et 2 de masse m : pour 1,

$$m \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{F}_{ext \rightarrow 1} + \vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

on fait le produit scalaire par \vec{v}_1 et on multiplie par dt :

$$\frac{1}{2} m d(\vec{v}_1^2) = \vec{F}_{ext \rightarrow 1} \cdot \vec{v}_1 dt + \vec{F}_{2 \rightarrow 1} \cdot \vec{v}_1 dt$$

autrement dit

$$dE_{c1} = \delta W_{ext \rightarrow 1} + \delta W_{2 \rightarrow 1}$$

Comme le calcul est le même pour la particule 2, on a finalement

$$d(E_{c1} + E_{c2}) = \delta W_{ext \rightarrow 1} + \delta W_{ext \rightarrow 2} + \delta W_{1 \rightarrow 2} + \delta W_{2 \rightarrow 1}$$

ce qui est bien le théorème de l'énergie cinétique.

- **La notion de force conservative est liée à celle de champ de vecteur conservatif, définie par le gradient d'un potentiel scalaire. Le travail d'une telle force ne dépend du chemin suivi.**
- **Attention, le référentiel barycentrique, qui ici a été pris avec des axes parallèles à ceux du référentiel du laboratoire, n'est en général pas galiléen, une étude complète aurait du prendre en compte les forces d'inertie.**
- **Comment est définie la moyenne « $\langle \dots \rangle$ » ? Est-ce une moyenne temporelle, spatiale, statistique... ? La définition de U^{th} n'est pas très claire.**

- Lors du calcul⁴ du travail W_{nc}^{ext} à l'aide de \vec{F}_{moy} et \vec{F}_{fluct} , il faut mieux raisonner sur les puissances (éviter le Δt dans la moyenne).
- Quel message veux-tu faire passer avec le paragraphe sur les coefficients calorimétriques ? ce passage sert à montrer que δQ dépend de T sur quelques simples, qui peuvent ensuite être réutilisés dans la dernière partie. **C'est peut-être un peu trop formel.**
- Du temps de Sadi Carnot⁵, la chaleur était associées à un fluide, le calorique. La quantité de calorique était mesurée en calories, unité alors non identifiée comme un multiple de la Joule. Historiquement, le premier principe correspond à l'affirmation de l'équivalence de la chaleur (la quantité de calorique) et de l'énergie mécanique.
- La partie III sur le moteur Diesel est peu convaincante, il n'y a pas vraiment le temps de faire passer un message fort. Il aurait probablement fallu retirer la partie sur les coefficients calorimétriques, qui n'est pas essentielle, pour faire de la place.
- Au global, la leçon est plutôt bonne. Le début est convaincant malgré une imprécision sur les moyennes, et une discussion pas assez fournie (manquant d'exemples) sur les différences entre w et Q . L'application au moteur Diesel est une idée sympathique mais on manque de place pour la développer.

Suggestion de modifications :

- Comme application du premier principe, on peut montrer la détente de Joule-Gay-Lussac, qui n'est pas très « sexy » mais possède un fort intérêt théorique (attention à bien prendre le système gaz + vide pour l'étude et pas le gaz seul comme dans certains livres). Cette détente isoénergétique est utilisée dans la leçon LP10 « gaz réels » pour mesurer les coefficients de l'équation de Van der Waals.
- Une autre application, à valeur un peu plus industrielle, est la détente de Joule-Thomson (isenthalpique).
- On peut aussi parler de la méthode de Rüchardt⁶ pour la mesure de γ (transformation adiabatique réversible).
- À la place du moteur Diesel, il est possible de parler du fonctionnement d'un turboréacteur, qui est un système ouvert (voir le Stéphane Olivier).

4. selon M. Skrzypek, il doit d'ailleurs être indiqué que ce calcul ne possède pas une grande valeur théorique, et sert seulement à se faire une idée de l'origine du transfert thermique

5. Les *Réflexions* furent éditées en 1824

6. https://en.wikipedia.org/wiki/R%C3%BCchardt_experiment, et BUP n°808, novembre 1998

Cycle d'un moteur diesel:

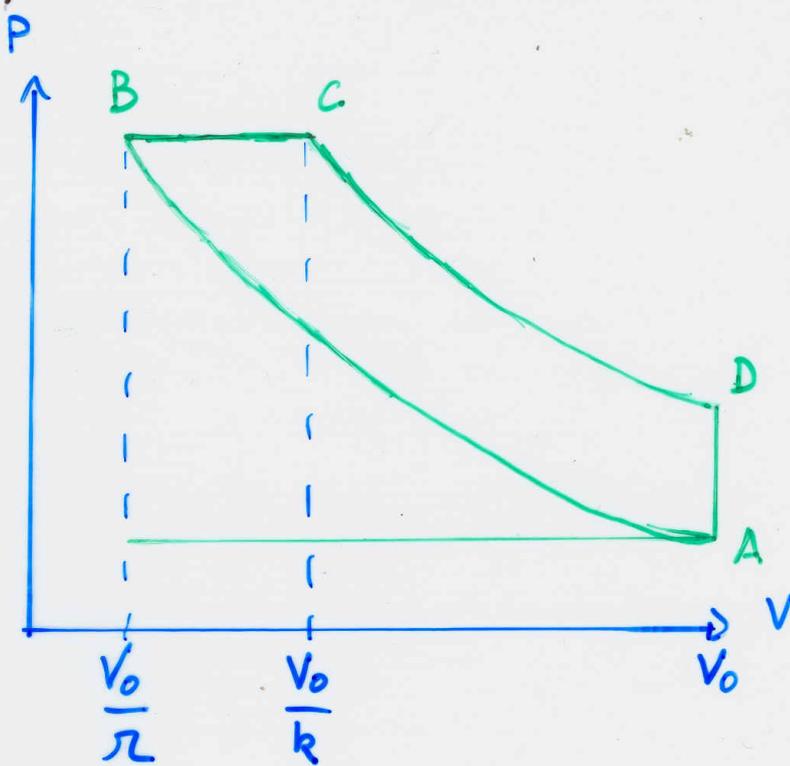


Diagramme de Watt

transformations:

- AB : compression adiabatique reversible W_1
- BC : combustion isobare $Q_{BC} = Q$
- CD : détente adiabatique reversible $-W_2$
- DA : refroidissement isochore Q_{DA}