

①

LP 09

Phénomènes interfaciaux impliquant des fluides

Marceau HÉNOT (marceau.henot@ens-cachan.fr) et Jean-Charles JACOB

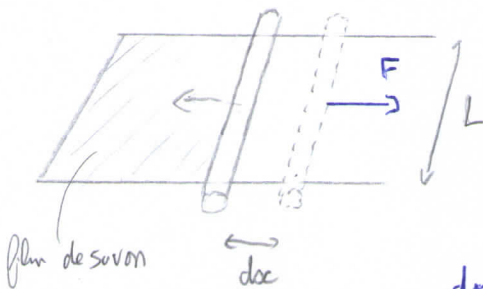
Niveau: L2

Prérequis: Thermodynamique, utilisation des potentiels.

intro: insectes sur l'eau

I - Tension de surface

1 - Mise en évidence



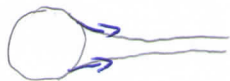
La paille se déplace de façon à diminuer la surface du film. (interface: contours)
 Pour la retenir, il faut exercer une force F proportionnelle à L .

donc pour augmenter la surface de $dS = Ldx$ il faut fournir un travail $\delta W = Fdx \propto Ldx$

On note $\delta W = 2\gamma L dx = \boxed{2\gamma dS = \delta W}$ par définition

γ : coefficient de tension superficielle entre le liquide et l'air.
 (énergie par unité de surface) $J.m^{-2}$ $N.m^{-1}$

Ex: pour bouger la paille, on augmente la surface de 2 interfaces



donc le travail à fournir pour augmenter la surface d'une interface de dA est $\boxed{\delta W = \gamma dA}$, $dU = TdS - PdV + \gamma dA$

OD6: pour l'eau à T^0 ambiante: $\gamma = 70 \cdot 10^{-3} N.m^{-1}$

pour l'éthanol $\gamma = 20 \cdot 10^{-3} N.m^{-1}$

pour le mercure $\gamma = 500 \cdot 10^{-3} N.m^{-1}$

l'ajout d'un surfactant diminue γ .

$$\gamma = \left. \frac{\partial U}{\partial A} \right|_{S,V}$$

faible!

GUYON
 Hydrodynamique
 Physique

②

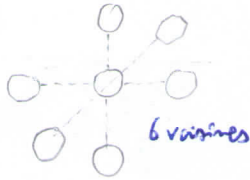
De Gennes

2- Origine microscopique

(ou autre)

dans un liquide : interactions de type Von der Waals [✓] par exemple entre les molécules

interface \rightarrow déséquilibre



avec W : l'énergie d'interaction ($W < 0$) entre 2 molécules
 une molécule à la surface perd une voisine.
 avec a la taille de la molécule

$$\gamma \sim \frac{5W - 6W}{2a^2}, \text{ pour des liaisons de VdW, } W \sim 20 \text{ meV} \text{ avec } a \sim 1 \text{ \AA}$$

$$\gamma \sim 20 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \text{ on retrouve l'ordre de grandeur.}$$

(pour le mercure : liaisons métalliques plus fortes)

3- Notion de Mouillage

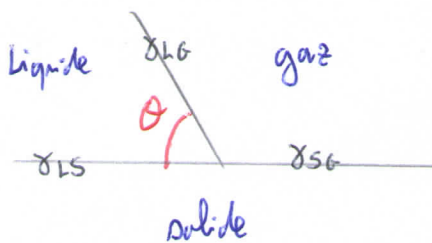
gaz	γ_{LG}		
liquide	γ_{LS}	gaz	γ_{SG}
solide		solide	

On définit le paramètre d'étallement : $S = E_{\text{rec}}^{\text{substat}} - E_{\text{mouillé}}^{\text{substat}}$

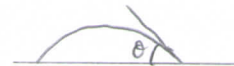
$$S = \gamma_{SG} - (\gamma_{LG} + \gamma_{LS})$$

si $S > 0$: mouillage total : film de liquide

si $S < 0$: mouillage partiel : formation de gouttes



pour $\theta < \frac{\pi}{2}$ liquide plutôt mouillant

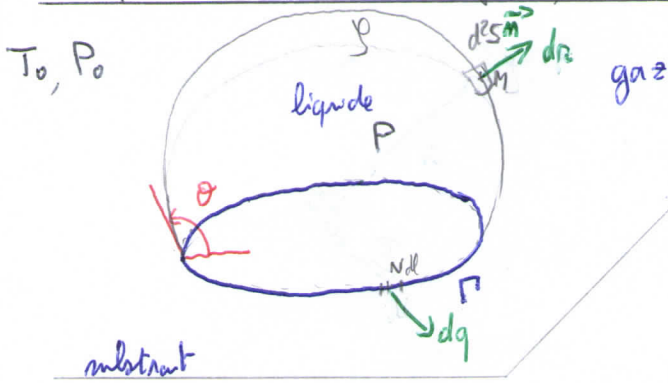


pour $\theta > \frac{\pi}{2}$ liquide plutôt non mouillant



$\theta = \pi$: mouillage nul (jamais atteint)

③ 4 - Équilibre d'une interface, Loi de Laplace, Loi de Young - Dupré



On considère une goutte de liquide posée sur une surface solide.
Le mouillage est partiel.

cf DiU
Thermodynamique
PS91

L'équilibre correspond au minimum de l'enthalpie libre exterieure:

$$G_0 = U - T_0 S + p_0 V$$

$$U = T_0 dS - P dV + \gamma \dots$$

On considère une déformation de la goutte (de $dq^{(M)}$ et $dr^{(M)}$)
et on calcule dG_0 correspondant: $(dU = T_0 dS - P dV + \gamma dA)$

$$dG_0 = (T - T_0) dS + (p_0 - P) dV + \gamma_{LS} d^2 \mathcal{E}_{LS} + \gamma_{LG} d^2 \mathcal{E}_{LG} + \gamma_{SG} d^2 \mathcal{E}_{SG}$$

on a que $d^2 \mathcal{E}_{SG} = -d^2 \mathcal{E}_{LS}$

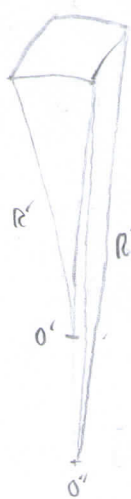
reste à exprimer dV , $d^2 \mathcal{E}_{LS}$ et $d^2 \mathcal{E}_{LG}$ en fonction de dr et dq

$$\rightarrow dV = \int_{M \in \mathcal{V}} dr^{(M)} d^2 S$$

$$\rightarrow d^2 \mathcal{E}_{LS} = \int_{\Gamma} dq^{(M)} dl$$



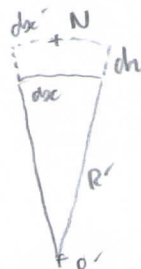
$$\rightarrow d^2 \mathcal{E}_{LG} = d^2 \mathcal{E}_{LG1} + d^2 \mathcal{E}_{LG2}$$



$\frac{dr'}{dr} = \frac{R'+dr}{R'}$ Thalès donc $dr' = dr \left(1 + \frac{dr}{R'}\right)$

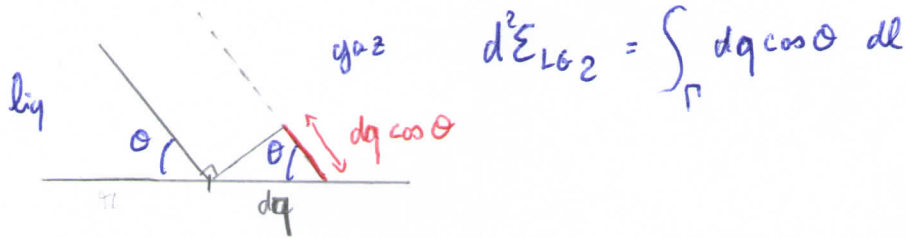
$d^2 S' = d^2 S \left(1 + \frac{dr}{R'}\right) \left(1 + \frac{dr}{R'}\right) = d^2 S \left(1 + dr \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R'}\right)\right)$ au 1^{er} ordre

donc $d^2 \mathcal{E}_{LG1} = \int_{\mathcal{S}} d^2 S' - d^2 S = \int_{\mathcal{S}} \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R'}\right) dr d^2 S$



④

d^2E_{LG} peut aussi provenir de la variation de Γ avec γ constant



$$d^2E_{LG2} = \int_{\Gamma} dq \cos \theta dl$$

On en déduit :

$$dG_0 = (T - T_0) dS + \int_{\mathcal{V}} (P_0 - P + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R^2}\right) \gamma_{LG}) dr d^2S + \int_{\Gamma} (\gamma_{LS} - \gamma_{SG} + \gamma_{LG} \cos \theta) dq dl$$

à l'équilibre on doit avoir $dG_0 = 0$ pour tout dR et dr

donc $T = T_0$ eq thermique

$$P = P_0 + \gamma_{LG} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R^2} \right) \quad \text{Loi de Laplace}$$

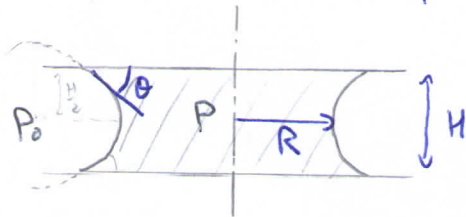
$$\gamma_{LG} \cos \theta = \gamma_{SG} - \gamma_{LS} \quad \text{Loi de Young-Dupré}$$

Rq dans le cas d'une bulle sphérique de rayon R :

$$P = P_0 + \frac{2}{R} \gamma_{LG}$$

De Gennes

Application : adhésion capillaire



Loi de Laplace :
on considère ici $H \ll R$

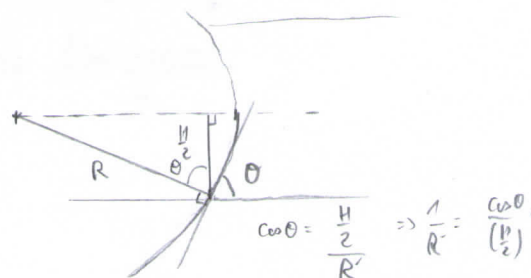
$$P - P_0 = \gamma \left(\frac{1}{R} - \frac{\cos \theta}{\frac{H}{2}} \right)$$

$$\underset{H \ll R}{\sim} - \frac{2\gamma \cos \theta}{H}$$

$$|F| = \Delta p \times S = \Delta p \times \pi R^2 = + \frac{2\pi R^2 \gamma |\cos \theta|}{H}$$

attractave si $\theta < \frac{\pi}{2}$ car $P < P_0$ ds ce cas

AN: $R = 1 \text{ cm}$, $H = 5 \text{ mm}$, $\theta = 0$ $\Delta p = \frac{1}{3} \text{ bar}$ $F \sim 10 \text{ N}$
car: $\gamma = 70 \text{ mN.m}^{-1}$



5

II - Tension de surface et gravité

De Gennes

1 - longueur capillaire

~~analyse dimensionnelle~~ : taille caractéristique : l

Energie gravitationnelle $E_g = \rho g l^3 \times l$

Energie de surface $E_s = \gamma l^2$

$$\frac{E_s}{E_g} = \frac{\gamma}{\rho g l^2}$$

donc $E_s \sim E_g$ si $l^2 \sim \frac{\gamma}{\rho g}$

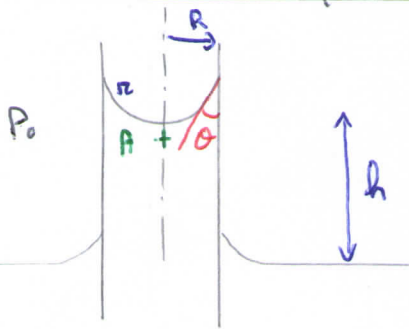
on note $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$ la longueur capillaire

si $l \gg l_c$: la gravité domine

si $l \ll l_c$: la tension de surface domine

ODG: pour l'eau à 25°C $l_c \approx 2,7 \text{ mm}$

2 - ascension capillaire dans un tube, loi de Jurin



le liquide monte dans le capillaire

Historique dans le De Gennes (p52)

→ Le Vinci 15^e siècle observe ce phénomène

→ Jacques Rohault 17^e interprète cela comme une incapacité de l'air à circuler correctement → dépression

→ Francis Hanksbee 17-18^e fait des expériences rigoureuses et montre par exemple que cela fonctionne dans le vide

→ finalement l'histoire a retenu le nom de James Jurin (18^e)

La pression en A vaut

$$P_A = P_0 - \rho h g$$

et $P_A = P_0 - \frac{2\gamma}{R}$ d'après la loi de Laplace

on $R = r \cos \theta$

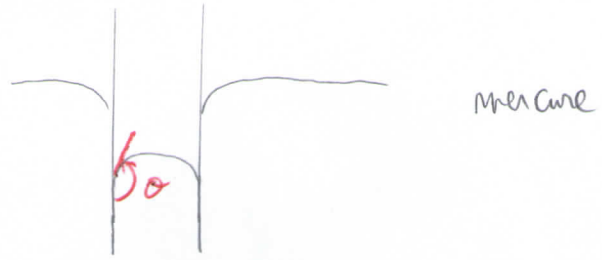
$$\text{donc } h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g} = \frac{2 l_c^2 \cos \theta}{R} = h \quad \text{Loi de Jurin}$$

6

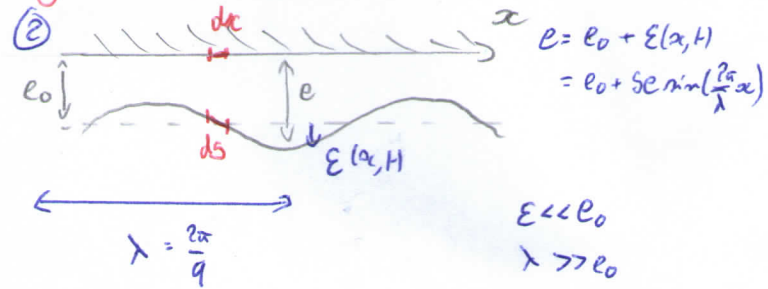
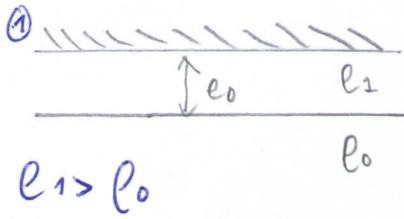
ODG: pour de l'eau sur du verre $\cos \theta \approx 1$ $R = 0,5 \text{ mm}$

$h = 3 \text{ cm}$

R_{Hg} : pour $\theta > \frac{\pi}{2}$ $h < 0$



III - Instabilité de Rayleigh-Taylor



destabilisé par la gravité, stabilisé par la tension de surface

par suite d'épaisseur

On calcule la différence d'énergie pour les 2 situations sur une longueur λ .

$$E_1 = - \int_0^\lambda \left(\frac{1}{2} \Delta \rho g e_0^2 dx + \int_{e_0 dx}^\lambda \gamma dx \right)$$

$$E_2 = - \int_0^\lambda \left(\frac{1}{2} \Delta \rho g (e_0 + \epsilon)^2 dx + \int_0^\lambda \gamma ds \right)$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = - \int_0^\lambda \frac{1}{2} \Delta \rho g (2e_0 \epsilon + \epsilon^2) dx + \int_0^\lambda \gamma (ds - dx)$$

sur une période $(ds^2 = dx^2 + d\epsilon^2)$

$$ds = dx \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\epsilon}{dx} \right)^2 \right) = dx \left(1 + \frac{1}{2} q^2 \epsilon^2 \right)$$

$$\Delta E = - \frac{1}{2} \Delta \rho g \times \left(\lambda \frac{1}{2} 5e^2 \right) + \gamma \left(\lambda \frac{1}{2} q^2 \times \frac{1}{2} 5e^2 \right)$$

$$\Delta E = \frac{1}{4} \lambda 5e^2 \left(-\Delta \rho g + \gamma q^2 \right) = \frac{1}{4} \lambda 5e^2 \gamma \left(q^2 - \frac{\Delta \rho g}{\gamma} \right)$$

$\frac{1}{lc}$

instable si $E_2 < E_1$ donc $\Delta E < 0$

donc $\lambda > 2\pi lc$

ODG: pour l'eau $\lambda_{lim} = 1,5 \text{ cm}$

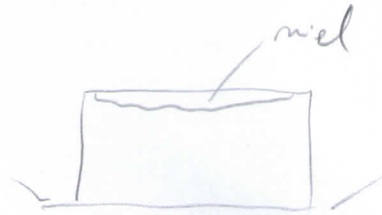
7

En réalité, une seule longueur d'onde se développe (la plus rapide)

le calcul donne $\lambda^* = 2\pi \sqrt{2} l_c$

pour l'eau $\lambda^* \approx 2,4 \text{ cm}$

Rq: En réalité la perturbation qui se développe n'est pas sinusoidale mais on peut considerer qu'elle l'est au tout debut.



Expérience avec du miel ($\gamma_{\text{miel}} \approx \gamma_{\text{eau}}$)

- Questions:
- Définir un potentiel thermodynamique
 - Définir U
 - peut-on avoir une descente capillaire / remontée capillaire ?
 - Donner un exemple de surface hydrophobe
 - Qu'est ce que le phénomène de Leiden-Frost ?
 La lévitation de la goutte sur une plaque chauffante
 - Comment peut-on mesurer γ ?
 - La tension de surface peut-elle déstabiliser \rightarrow Rayleigh-Plateau
 - Effet Marangoni ?
 - Nbre capillaire ? $\rightarrow \frac{\text{Viscosité}}{\text{Tension de surface}}$
 - C'est quoi une artibulle ? \rightarrow c'est liquide et air
 - Quelle est la différence entre tension de surface et tension superficielle ?

Remarques: Bien mais manque de temps, on peut aller plus vite, on peut ne pas parler du paramètre d'étalement.

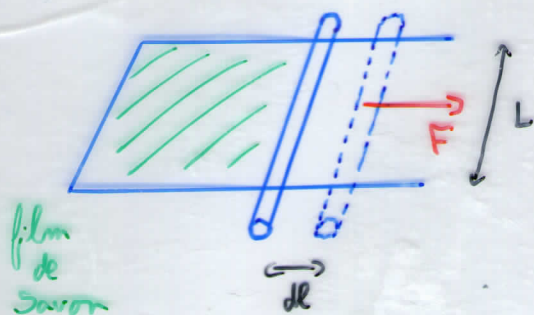
La demo avec les potentiel c'est bien.

I-1: On peut directement dire que $F \propto L$

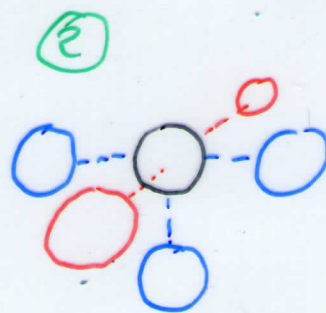
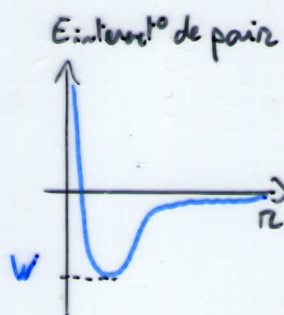
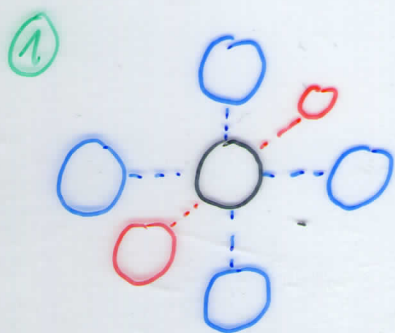
- ne pas dire que $\gamma = \frac{\partial U}{\partial A} |_{S,V}$, le dire avec F ou G .

- autres choses que l'on peut traiter:
- instabilité de Rayleigh-Plateau
 - tensioactifs
 - une petite bulle se vide dans une graisse.
 - mesure de γ

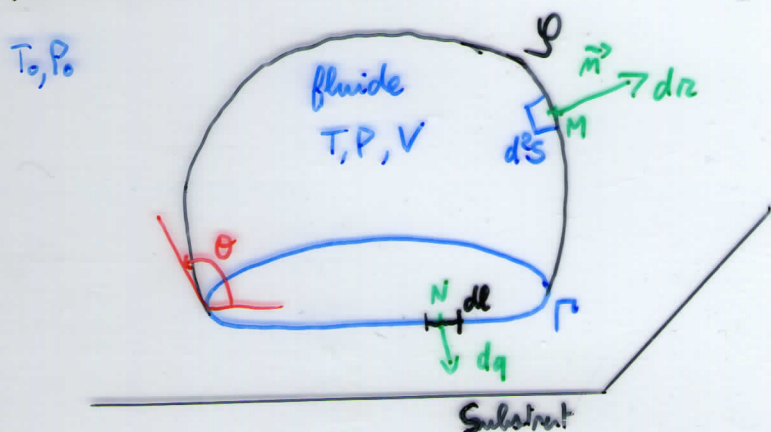
Mise en évidence du phénomène de tension superficielle



Interprétation microscopique



Équilibre d'une interface



$$N \in \Gamma$$

$$M \in \mathcal{S}$$

déformation de la goutte

$$dr(M) \quad M \in \mathcal{S}$$

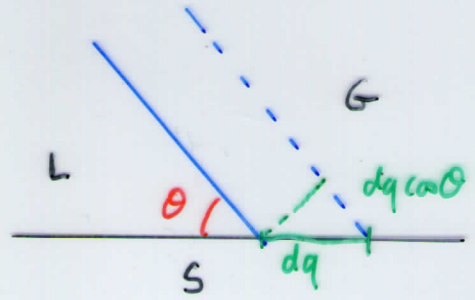
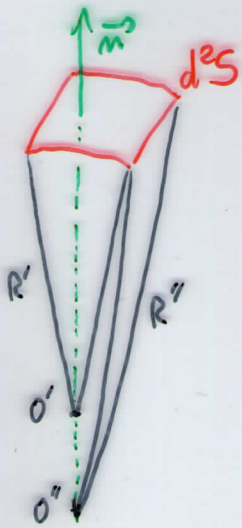
$$dq(N) \quad N \in \Gamma$$

augmentation du volume: d^3V

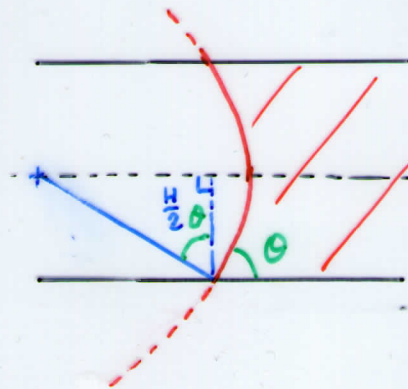
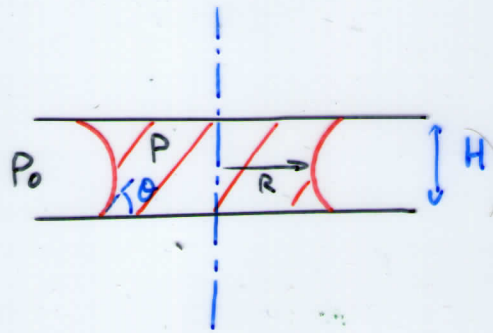
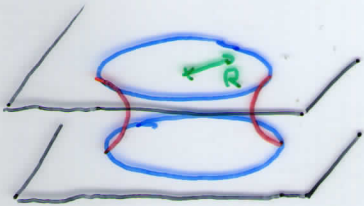
augmentation de la surface: $d^2\Sigma_{LS}$

$$d^2\Sigma_{SG}$$

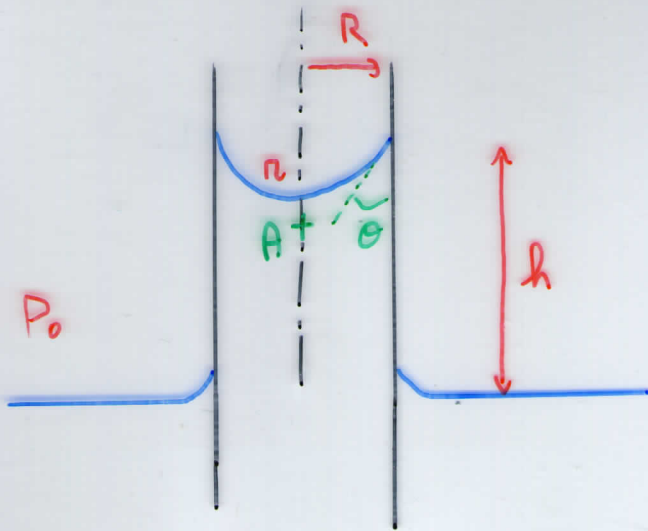
$$d^2\Sigma_{LG}$$



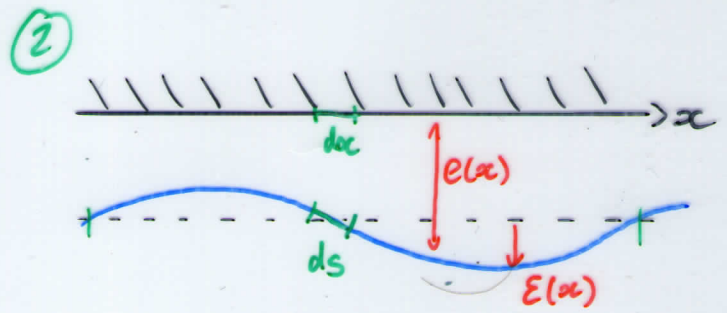
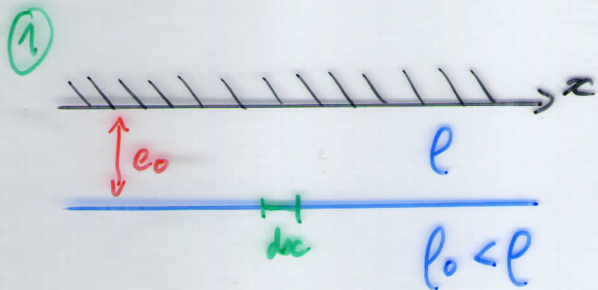
Adhesion capillaire



Loi de Jurin



Instabilité de Rayleigh-Taylor



hypothèses : $\epsilon \ll e_0$
 $\lambda \gg e_0$

$$\lambda = \frac{2\pi}{q}$$

$$e(x) = e_0 + \epsilon(x)$$

$$= e_0 + \delta e \sin(qx)$$

$$q = \frac{2\pi}{\lambda}$$