

# LP 07 Dynamique relativiste

**Fabre Nicolas/ Jalabert Thomas**

## **Niveau L3**

### **Prérequis:**

-Mouvement de particules chargées dans E et B uniforme  
-Cinématique relativiste: quadrivecteur (quadrivecteur vitesse)/ Transformation de Lorentz/ Energie et impulsion

### **Introduction:**

On a vu dans le cours de cinématique relativiste que la transformation des vitesses d'un référentiel galiléen à un autre n'est pas une transformation de Lorentz. Or ce que l'on souhaite c'est de trouver une quantité qui se transforme selon une telle transformation. Donc on a construit un quadrivecteur vitesse, qui inclue ce vecteur vitesse, qui lui se transforme selon la transformation de Lorentz.

Maintenant on s'intéresse à la dynamique, un système soumis à des forces. On va chercher à construire deux nouveaux quadrivecteurs:

- le quadrivecteur impulsion afin d'étudier les collisions (les interactions sont cachées dans cet approche classique et non quantique)
- Le quadrivecteur force, qui sera lié aux champs électriques/magnétiques nécessaire pour accélérer/ confiner la particule

## **1) Quadrivecteur impulsion**

### **1° Définition**

- (1) définition du quadrivecteur
- (2) Changement de référentiel
- (3) Invariant relativiste (pseudo norme de p)
- (4) Retrouver la limite non relativiste (on distingue énergie de masse et énergie cinétique, on peut transformer l'un en l'autre) / et discuter du cas ultrarelativiste (cas des photons et des neutrinos)

### **2) Collisions**

Élastique Diffusion de Bhabha:  $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$

Inélastique: Changement de la nature ou du nombre de particules Découverte de l'antiproton  $p+p^- \rightarrow p+p^- + \bar{p} + p$

### **3) Collision élastique: diffusion Compton**

Description de l'expérience (cf Pérez)

Calcul à mener avec le formalisme quadrivectoriel (cf rapport de jury)

On part d'un postulat: **Pour un système isolé, on a conservation du quadrivecteur impulsion avant et après la réaction** (on vérifie la validité de ce postulat à travers les expériences, mais pour le moment cela n'a jamais été contredit)

On trouve la formule dans le Perez.

Commentaires:

- La distribution est anisotrope
- On peut mener avec le même formalisme une collision faisant intervenir des neutrinos (mais on utilise pas bien sur pour les neutrinos les relations de De Broglie)

### **4) Collision inélastique**

(cf feuille manuscrite)

## II) Quadrivecteur force

### 1) Définition

- Expression de la force. La force n'est plus colinéaire à l'accélération. Son expression dépend du référentiel, pas du caractère absolue de celle-ci. On l'inclue alors dans un quadrivecteur, qui lui se transformera par transformation de Lorentz.
- Dérivée par rapport au temps propre
- On démontre de plus le théorème de l'énergie mécanique (on s'en sert après)

### 2) Mouvement de particule relativiste dans un champ E uniforme

On applique le PFD version einsteinienne (cf Perez), il faut faire impérativement une « pseudo » démonstration de ce PFD.

En intégrant, on obtient l'expression de la vitesse.

- On montre une saturation de la vitesse, par la valeur de la célérité de la lumière (confirme l'expérience de Bertozzi 1964)
- En mécanique classique, au temps long, on montre que la vitesse croit indéfiniment, ce n'est bien sûr pas ce que l'on observe.

Accélérateur de Van de Graff: Tension continue

- Accélération jusqu'à 12 MeV
- limite: tension de claquage dans l'air

Accélérateur linéaire (SLAC 3km de longueur)

Présence de cavité accélératrices, avec des tensions radiofréquences cette fois (plus de problème de polarisation des plaques)

Nécessite une synchronisation entre les différentes cavités, de telles manières à ce que le champ E soit toujours accélérateur.

Limite: Longueur(prix) et pertes par rayonnement importante pour des particules soumis à E, diminution de ces pertes avec B

### 3) Mouvement de particules dans un champ B: Accélérateur circulaire

On peut sortir le gamma de la dérivée temporelle, car celui-ci ne dépend pas du temps, puisque la force de Lorentz ne travaille pas (cf le théorème de la puissance cinétique précédemment démontré)

On trouve alors une pulsation cyclotron dépendant cette fois-ci de  $v$ , la trajectoire est toujours circulaire, mais le rayon dépend de  $v$ . Or si on veut que la trajectoire soit astreint à se déplacer selon un cercle, alors on doit ajuster B de manière à ce que R soit constant.

Principe du synchrotron

On injecte des particules dans un anneau circulaire, (des électroaimants permettant un B réglable), les cavités accélératrices sont synchronisées de manière à ce que le champ soit toujours accélérateur.

- Puis on a une déviation électrostatique, pour envoyer le faisceau accéléré vers une particule cible.

Exemple: Supersynchrotron à proton (plus détails, aller sur le site du CERN)

$E_c=450$  GeV Rayon 1km  $\gamma=430$

Collisionneur proton/antiproton(ce n'est pas exactement le même principe que décrit dans la 1ère partie): découverte des bosons vecteur de l'interaction faible (bosons chargé et le boson neutre) en 1982

Puis découverte du boson de Higgs (cette fois-ci dans le LHC) qui donne d'ailleurs la masse au bosons précédemment cité.

Questions:

- Montrer que  $p$  est bien un invariant de Lorentz
- pourquoi appelle t on "pseudo" produit scalaire
- la masse est-elle invariante?
- que se passe t il s'il y a de l'énergie potentielle?
- la question sur les neutrinos, pourquoi ça se rapproche des photons?
- que se passe t il si dans l'effet Compton l'électron cible est lié?
- qu'est-ce que ça change l'effet Compton avec des protons?
- qu'est ce que l'expérience de Bertozzi, quelle date? (1964)
- pourquoi utilise t on un champ radiofréquence dans les accélérateurs linéaires?
- lors des collisions, le système est il toujours isolé? Non, car l'interaction coulombienne a une interaction infinie (lien avec la théorie de la renormalisation)

Commentaires:

Pour le plan d'accord.

- C'est un choix de parler seulement de la force de Lorentz, on pourrait aussi parler de la force gravitationnelle (cf Pérez pour des exemples)
- Ne pas introduire les notations covariantes, ne rajoutent pas grand chose.
- Vaut mieux définir les notations sur un transparent pour la collision inélastique
- le fait que le système soit isolé n'est pas du tout une évidence
- Faire une démonstration(même incorrecte avec le Perez) du PFD. Une démonstration rigoureuse, mais déconseillé, du PFD peut se faire avec le tenseur électromagnétique.
- Parler de la 3ème loi de Newton, qui n'est plus valide en relativité, car les actions à distance ne sont pas instantanée.
- Parler du solide absolu

Bibliographie:

Pérez (chapitre 6/7)

Mécanique relativiste (Durandeau)

Pour les accélérateurs: voir le site du CERN

# Collision Inélastique.

on note  $Q = \sum_i m_i - \sum_f m_f$

pour que la  $\pi^0$  ait lieu :  $Q > 0$  (exothermique)

ex: Production de  $\pi^0$   $pp \rightarrow pp\pi^0$

$Q = -m_{\pi^0} < 0$  (impossible)

c'est  $\pi^+$  endothermique

Recherchons alors l'énergie seuil de la  $\pi^+$ , i.e. l'énergie cinétique minimale à fournir pour que la  $\pi^+$  ait lieu

On se place dans le réf. barycentrique défini par  $\sum_{i \text{ particules}} \vec{p}_i = \vec{0}$

on obtient d'après l'invariance de l'espace-temps de  $\vec{p}$

$E^2 - p^2 c^2 = E^{*2} = \sum m_i^2 c^4$

(dans l'axe)

Si on veut que la  $\pi^+$  soit exothermique

$E^* \geq \sum m_{\text{part}} c^2$  (a)

L'énergie seuil est seulement atteinte dans le réf. barycentrique, et correspond au cas d'égalité de (+)

(en effet dans le réf. du laboratoire, on a aussi une énergie d'énergie  $E^*$  mais plutôt à des grandeurs mesurables dans le réf. du laboratoire.

On a pas accès à  $E^*$ , mais plutôt à des grandeurs mesurables dans le réf. du laboratoire.

la relation générale est  $T_{lab} = \frac{(\sum m_{\text{part}} c^2)^2 - (\sum m_i c^2)^2}{2m_{\text{part}}}$

exemple  $pp \rightarrow pp\pi^+$



(pe importe à distribution angulaire)

$$m_0 (\tilde{p}_x + \tilde{p}_x^0)^2 = (\tilde{p}_x^2 + \tilde{p}_y^2 + \tilde{p}_z^2)^2$$

On a conservation de la parabolisme.

$$= (\tilde{p}_x^0 + \tilde{p}_y^0 + \tilde{p}_z^0)^2$$

R' : quel que soit les particularités sont simultanément au temps

avec = 1)

$$\text{Soit } 2m_p^2 + 2E_p m_p = (2m_p^2 + m_\pi^2)^2$$

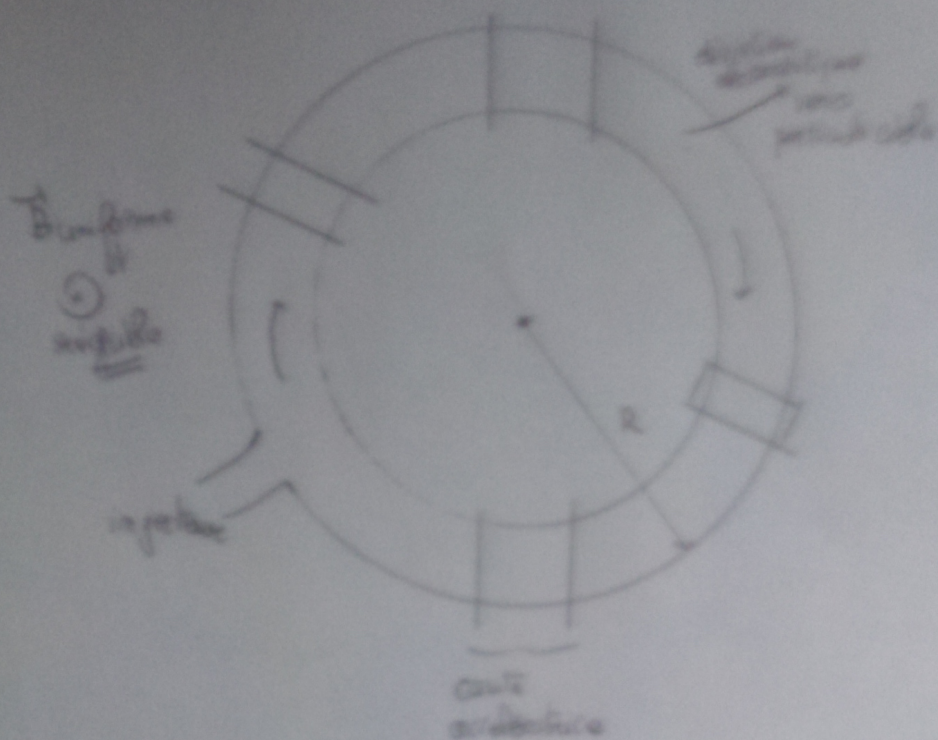
$$\rightarrow \text{Avec } E_p = \frac{T_p}{m_p} + m_p$$

$$\text{En obtenant bien } T_{p_{\min}} = \frac{(2m_p + m_\pi)^2 - 4m_p^2}{2m_p}$$

$$\text{On trouve } T_{p_{\min}} = \frac{4m_p m_\pi + m_\pi^2}{2m_p}$$

→ c'est donc en dérivato.

Concepts : Principe de synchrotron



• Synchronisation des cavités  $f = \frac{v}{4R}$  - vitesse particule  
Indépendance

• Moment circulaire:  $B = \frac{I_{acc}}{4R}$  ( $v \Rightarrow B \Rightarrow$  sin val  
que R = constante)

	$E$ (GeV)	Rayon (km)	$\gamma$
SPS	160	4	130

- Découverte des bosons  $W^+$  et  $Z^0$  en 1982 (SPS)
- Découverte du boson de Higgs en 2012 (LHC)

