

LP 07 : Dynamique relativiste

Bibliographie : Mécanique 1, Gié Sarmant, Tec et Doc [1]

Mécanique 1, BFR, Dunod [2]

Relativité restreinte, Grossetête, Ellipses [3]

Relativité, Perez, Dunod [4]

Relativité, Boratav Kerner, Ellipses [5]

Précis de physique nucléaire, Blanc, Dunod [6]

Introduction à la physique moderne, Fabre, Dunod [7]

NB : Je me suis fortement inspiré du plan du candidat qui a passé cette épreuve aux oraux en 2015 et qui a récolté une très bonne note

Introduction : On décrit l'expérience de Bertozzi (1964) qui montre que, dans le cas des électrons, la loi qui lie l'énergie cinétique à la vitesse n'est plus valide quand on cherche à se rapprocher de la vitesse de la lumière (voir transparent). Il y a donc nécessité de la dynamique relativiste. [2] [4] [7]

A) Construction de la dynamique relativiste

a) Postulats de la dynamique relativiste [3]

On introduit le quadrivecteur impulsion énergie après avoir écrit les postulats

b) Énergie et impulsion pour une particule de vitesse $v < c$ [3]

On débouche sur la relation d'Einstein :

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

On définit aussi l'énergie cinétique $K = (\gamma - 1)mc^2$

c) Cas du photon [3]

On définit une masse nulle pour le photon car sa célérité c fait diverger K dans le cas contraire. Puis, on donne la nouvelle expression de E dans ce cas particulier.

B) Les accélérateurs de particule

a) L'accélérateur de Van de Graaff [4] [6]

On revient sur l'expérience de Bertozzi puisqu'elle utilise ce type d'accélérateur qui est également utile en tant que précurseur des autres accélérateurs (voir transparents).

b) Les accélérateurs linéaires [3] [1] [6] [5]

Détailler le fonctionnement des tubes présents dans les accélérateurs linéaires (voir transparents), qui sont de plus en plus grands car la particule va de plus en plus vite alors que la fréquence du champ à leurs bornes reste identique, autour de 200 MHz.

Donner des ordres de grandeurs des caractéristiques des accélérateurs linéaires en fonctionnement et dire qu'ils peuvent, à leur tour, servir de précurseurs aux accélérateurs circulaires.

c) Les accélérateurs circulaires [3] [4] [1] [6] [5]

Présenter le cyclotron sur un schéma et détailler son fonctionnement tout en donnant les caractéristiques du premier cyclotron (celui construit par Lawrence à Berkeley en 1932).

Évaluer les avantages et les inconvénients des deux types d'accélérateurs (énergie obtenue avant la collision, rayonnement des particules...).

C) Dynamique des collisions

a) Lois de conservation durant un choc [1] [2] [3] [7]

Donner les relations en prenant soin de caractériser et de différencier les chocs élastiques des chocs inélastiques. On peut aborder l'effet Compton et la longueur d'onde associée.

b) Le référentiel du centre d'inertie [1] [2] [3]

Expliquer l'intérêt d'utiliser les accélérateurs en tant que collisionneurs, même s'il est plus difficile de faire se rencontrer deux particules accélérées plutôt que de viser une cible fixe. C'est d'ailleurs pour cela que les scientifiques envoient des milliards de particules accélérées à contre sens, en espérant que quelques unes entreront en collision.

Questions :

Comment définit-on un référentiel galiléen en dynamique relativiste ?

Un référentiel R' est galiléen par rapport à un autre R si les forces qui s'appliquent dans ce référentiel R' sont liées à celles qui s'appliquent dans R par une transformation de Lorentz

Quelle est la métrique utilisée dans tes notations ?

Métrique positive pour les variables spatiales et négative pour les variables temporelles, on a ainsi que la norme du quadrivecteur impulsion énergie est négative et vaut $-mc^2$ (mais c'est juste une convention)

Le temps est-il un invariant relativiste ? Comment peut-on alors définir γ autrement qu'avec c ?

Seul le temps propre τ est un invariant relativiste, on peut donc, par dilatation du temps définir γ comme le rapport de $d\tau$ sur dt

Comment est définie l'énergie cinétique en relativité ?

Elle est définie à une constante près, de façon à retrouver la relation classique $\frac{1}{2}mv^2$ pour des vitesses faibles devant c

Remarques :

Dans la première partie, il serait peut être judicieux d'aller un peu plus loin que le quadrivecteur impulsion énergie et de donner le quadrivecteur force.

Il faut préciser absolument la convention de métrique choisie, par exemple en faisant un rappel de cinématique relativiste et en détaillant Δs^2

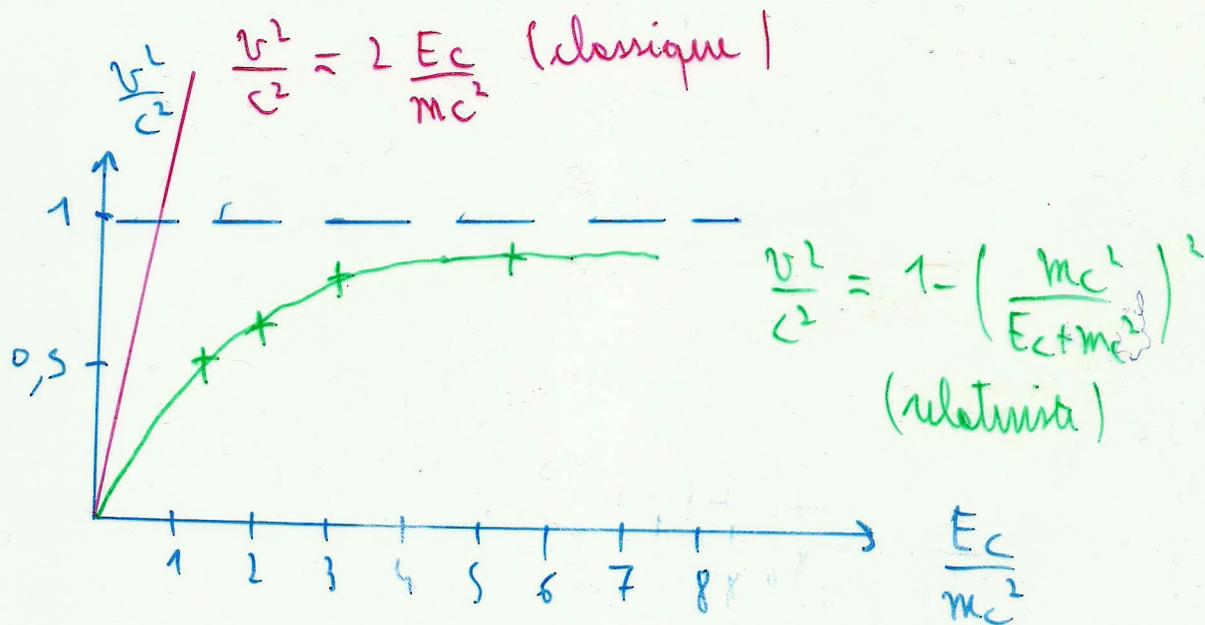
Certaines notations (les quadrivecteurs dans la référence [3]) sont un peu vieilles et trahissent l'utilisation privilégiée d'un livre pour faire la leçon. Cela peut donner l'envie au jury de tester le candidat pour voir s'il n'a pas recopié bêtement le livre en question et il vaut mieux diversifier ses sources, voire avoir une notation un peu personnelle...

La deuxième partie fait un peu trop catalogue, on cherche la dynamique relativiste. Il aurait été préférable de se concentrer sur deux accélérateurs (Van de Graaff et synchrotron par exemple) tout en développant les calculs et ainsi de montrer la relation entre le champ magnétique et la vitesse dans le cas du synchrotron.

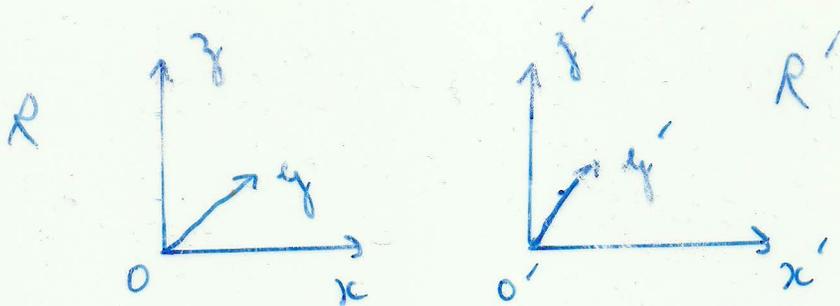
L'effet Compton n'est pas essentiel dans la dernière partie, il serait plus ambitieux d'introduire une énergie seuil en physique des particules car cela colle plus avec les accélérateurs et l'intérêt du référentiel du centre d'inertie développés dans la leçon.

Même si c'est une leçon de physique, il n'est pas interdit de mettre de la couleur, surtout pour souligner des éléments essentiels de relativité.

Interprétation de l'expérience de Bertozzi



Appels de cinématique relativiste



vitese de R' par rapport à R : $\vec{V} = V\vec{e}_x$

On pose $\beta = \frac{V}{c}$ c vitese de la lumière

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ ct' \end{pmatrix} = \mathcal{L} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ct \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ct \end{pmatrix}$$

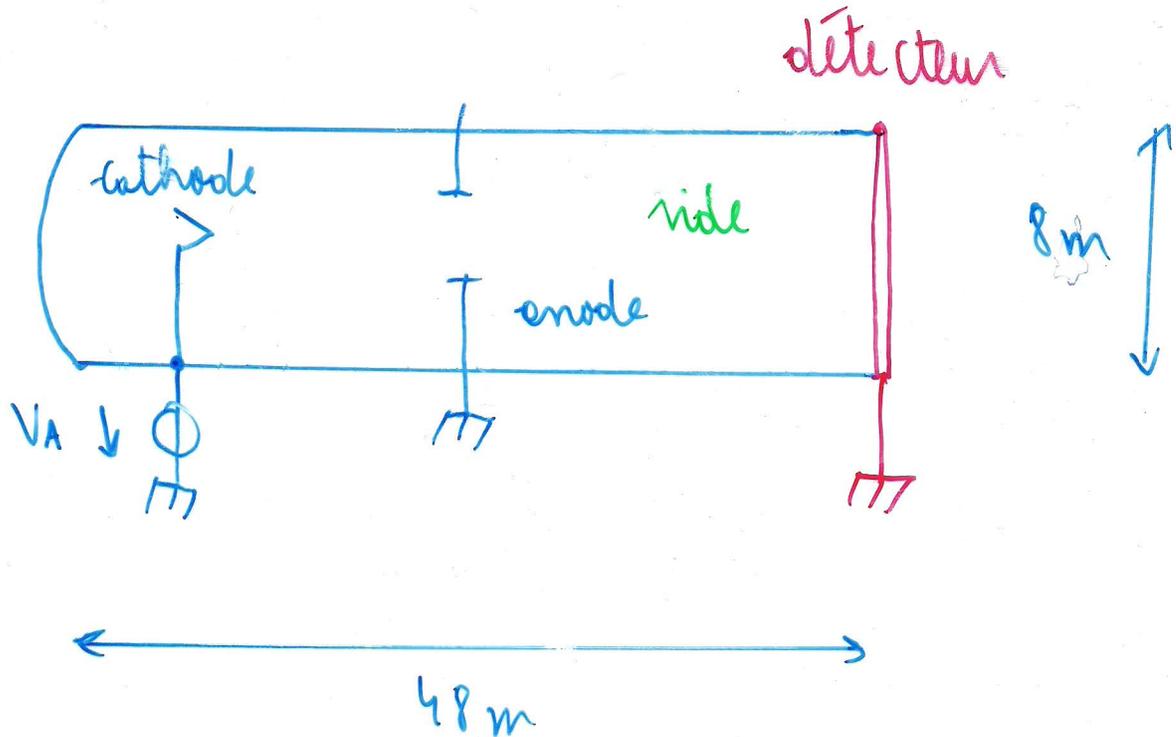
transformation de Lorentz pour les vitesses:

$$v'_{ix} = \frac{v_x - V}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}$$

$$v'_{iy} = \frac{v_y}{\gamma(1 - \frac{Vv_x}{c^2})}$$

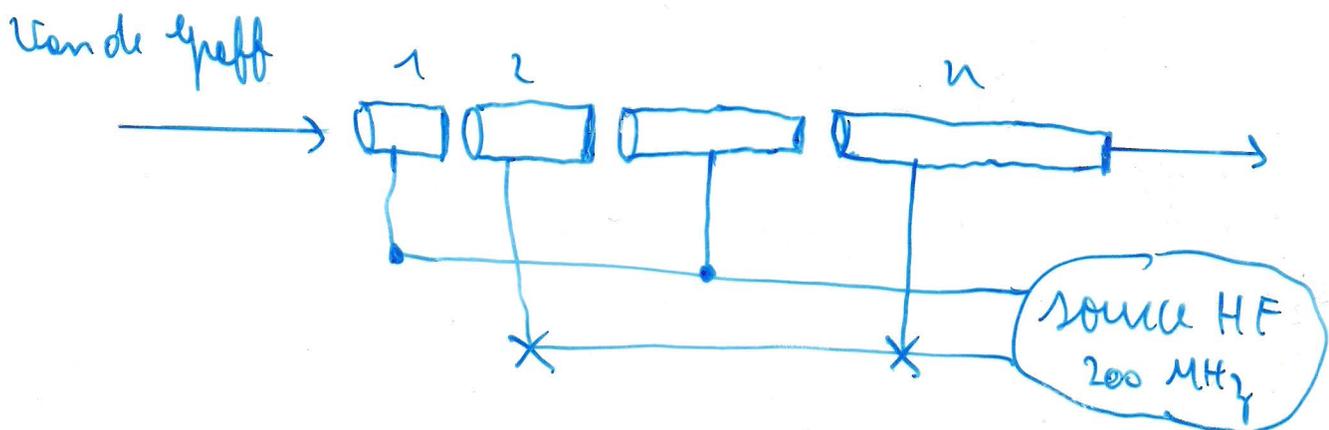
Accélérateur pulsé de Van de Graaff

ou plus, $V_e = 30 \times 10^6 \text{ V}$ *liverton*

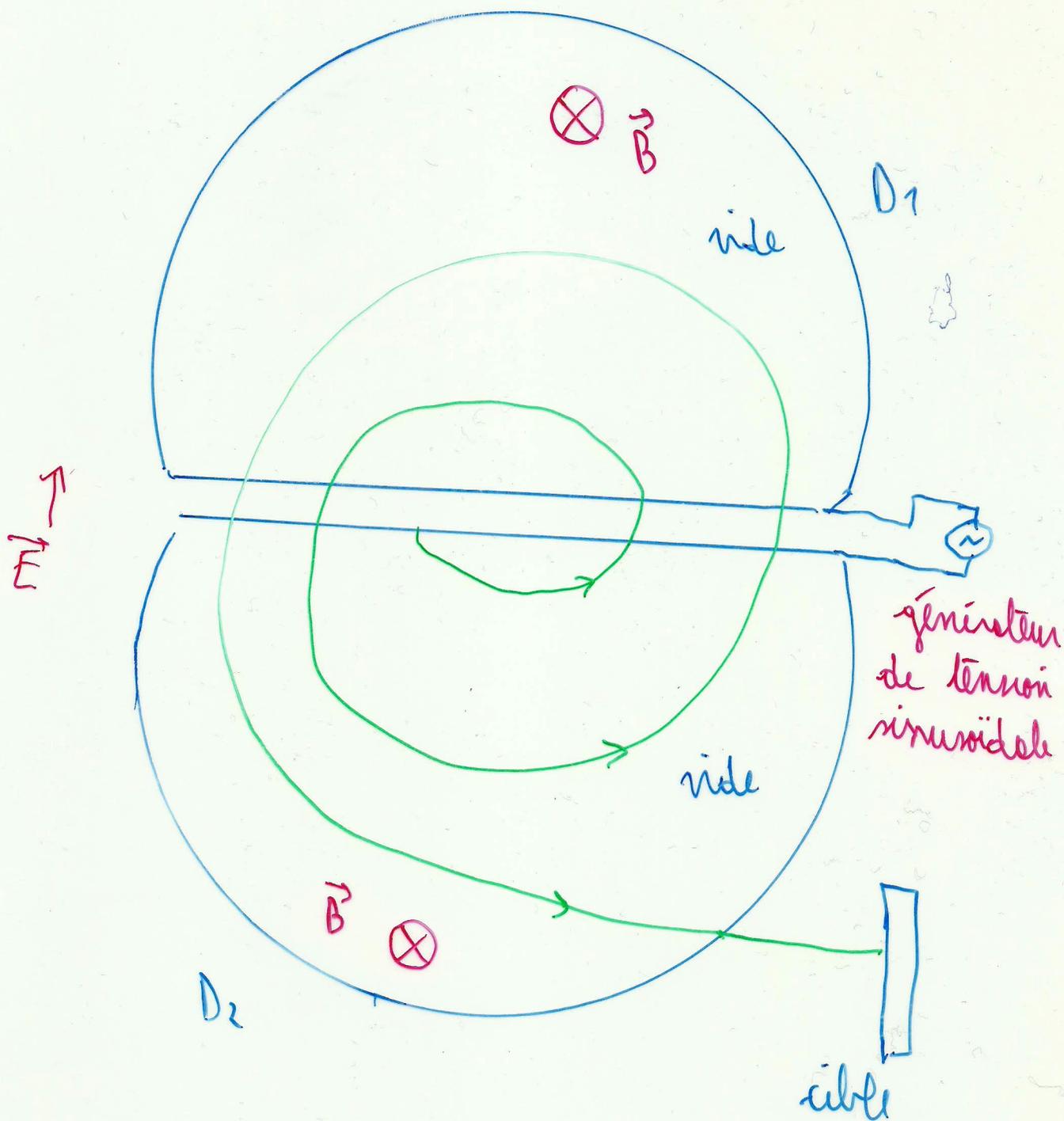


Par conservation de l'énergie, on a
 $-qV_a = E_c = (\gamma - 1)mc^2$ et $\gamma = \frac{v}{c} = 1 - \frac{qV_e}{mc^2}$

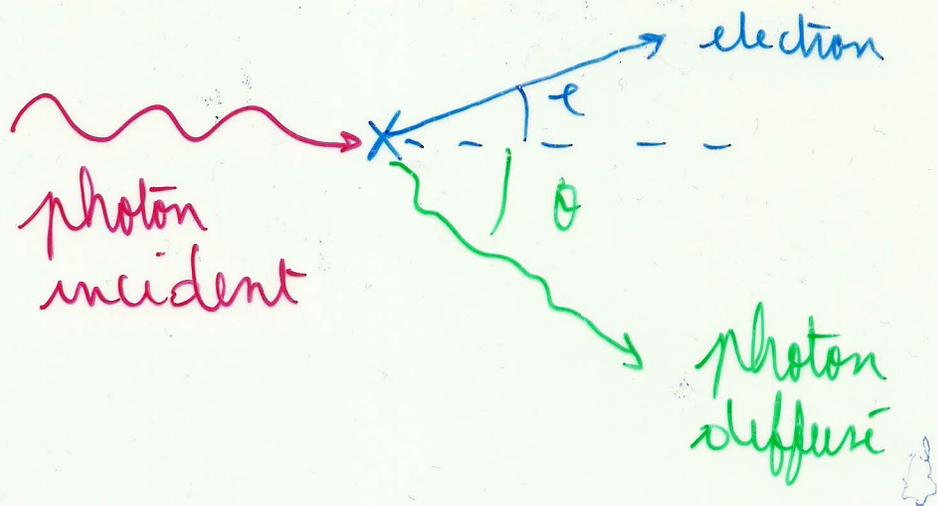
Accélérateur linéaire



Le cyclotron

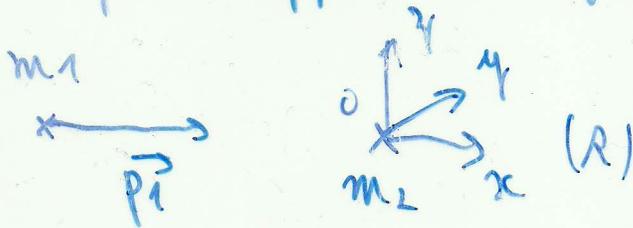


étude de l'effet Compton



$$\Delta d = \lambda d - d_1 = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Collision d'une particule en mouvement sur une cible fixe par rapport au référentiel galiléen (R)



particule en mouvement
 \vec{p}_1 et E_1

// au repos
 $\vec{p}_2 = \vec{0}$
 $E_2 = m_2 c^2$

Détermination de la vitesse du centre de masse

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad \text{d'où} \quad \vec{P} = \vec{p}_1 \quad \text{et} \quad E = E_1 + m_2 c^2$$

$$\text{Or } \vec{u}_{\text{COM}} = \frac{c^2 \vec{P}}{E} = \frac{c^2 \vec{p}_1}{E_1 + m_2 c^2}$$

$$\beta_{\text{COM}} = \frac{\vec{p}_1 c}{E_1 + m_2 c^2} \quad \text{avec} \quad E_1 = \sqrt{p_1^2 c^2 + m_1^2 c^4}$$

$$\text{Enis } E^* = \frac{E}{\gamma} \quad \text{puisque} \quad \vec{P}^* = \vec{0} \quad \text{pour le système}$$

$$= \frac{E_1 + m_2 c^2}{\gamma} = \frac{\sqrt{m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2}}{\gamma}$$