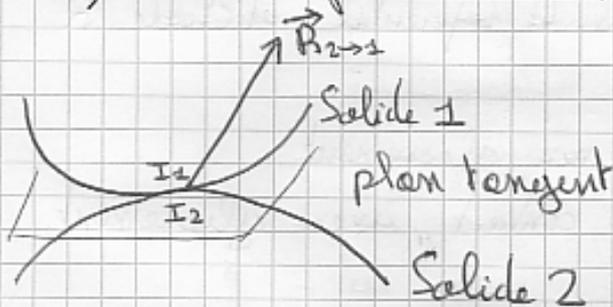


LP 01 (leçon présentée)

Contact entre deux solides - Lois de Coulomb

I. Modélisation des contacts entre deux solides

1) Contact ponctuel entre deux solides



I_1 : point du solide 1 en contact avec le solide 2

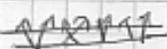
I_2 : point du solide 2 en contact avec le solide 1

$\vec{R}_{2 \to 1}$: force de contact du solide 2 sur le solide 1
on décompose cette force en une composante tangentielle et une composante normale.

$$\vec{R}_{2 \to 1} = \vec{R}_{N_{2 \to 1}} + \vec{R}_{T_{2 \to 1}}$$

2) Contact surfacique / linéique

cas réel :



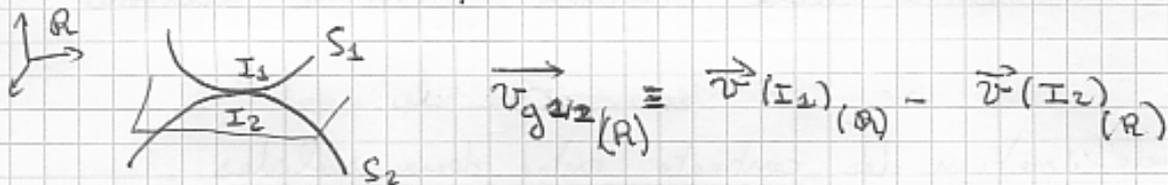
Approximation quasi-ponctuel

on se place dans le cas idéal de contact ponctuel.

Les solides étant indéformables les choix de I_1 (et I_2) sont équivalents

3) La vitesse de glissement

outil cinématique pour décrire le mouvement

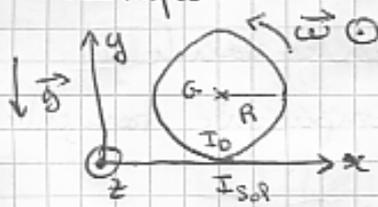


$\vec{v}_{g1/2}(R)$: vitesse de glissement des solide 1 par rapport au solide 2 ~~de~~ vue dans le référentiel d'étude R

si $|\vec{v}_g| = 0$ on parle de "non glissement"

si $|\vec{v}_g| \neq 0$ on parle de contact avec glissement.

exemple de calcul de \vec{v}_g dans un cas simple



soit un disque de rayon R sur un plan horizontal tournant à la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$ et se déplaçant à la vitesse $\vec{v}_G(R)$

dans R

$$\vec{v}_g = \vec{v}^{(I_0)} - \vec{v}^{(I_{sol})}$$

$$\bullet \vec{v}^{(I_0)} = \vec{v}_G + \overrightarrow{I_0 G} \wedge \vec{\omega}$$

(formule de Varignon)

$$\bullet \vec{v}^{(I_{sol})} = \vec{0}$$

donc $\vec{v}_g = \vec{v}_G + R\omega(\vec{e}_z)$

+ exemple/ expérience de la croie qui roule sur le tableau en écrivant au pas pour comprendre

$$\vec{v}_g = \vec{0} \text{ et } \vec{v}_g \neq \vec{0}$$

II Lois de Coulomb (1779)

Les forces de contact dépendent de l'échelle atomique et de l'interaction entre les atomes en surface.

↳ lois empiriques de Coulomb

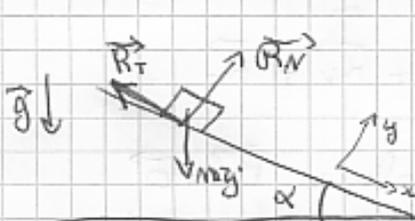
1) Cas de non glissement $\vec{v}_g = \vec{0}$

il existe un coefficient de frottement statique: β_s

- indépendant de la surface de contact
- indépendant de $|\vec{R}_N|$
- dépendent de la nature des deux solides
- tel que $|\vec{R}_T| \leq \beta_s |\vec{R}_N|$

$$[\beta_s] = 1$$

expérience pour estimer β_s : solide soumis au poids sur une rampe inclinée



$$\text{PFD: } m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{R}_N + \vec{R}_T$$

$$m\vec{g} = mg (\sin \alpha \vec{e}_x - \cos \alpha \vec{e}_y)$$

$$\text{soit } \begin{cases} m\ddot{x} = mg \sin \alpha - R_T = 0 \\ 0 = -mg \cos \alpha + R_N \end{cases} \quad \begin{cases} R_T = mg \sin \alpha \\ R_N = mg \cos \alpha \end{cases}$$

ici $\vec{v}_g = \vec{v} = \vec{0}$, les lois de Coulomb donnent

$$R_T \leq \beta_s R_N$$

$$\text{soit } mg \sin \alpha \leq \beta_s mg \cos \alpha$$

$$\text{finalement } \tan \alpha \leq \beta_s = \tan \alpha_c$$

quand en augmentant α , s'il y a ~~glissement~~ alors dès qu'il y a glissement $\alpha = \alpha_c$

expérience: rampe inclinée avec deux solides de masses différentes.

2) Cas de glissement $\vec{v}_G \neq \vec{0}$

il existe β_d : coefficient de frottement dynamique
- indépendant de \vec{v}_G , \vec{R}_N et S_{contact}

$$\text{tel que } |\vec{R}_T| = \beta_d |\vec{R}_N|$$

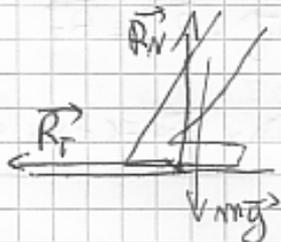
$$\vec{R}_T \cdot \vec{v}_G < 0$$

$$\vec{R}_T \wedge \vec{v}_G = \vec{0}$$

$\beta_d < \beta_s$ mais on considère en général $\beta_d \approx \beta_s$

III Applications

1) Le marcheur.



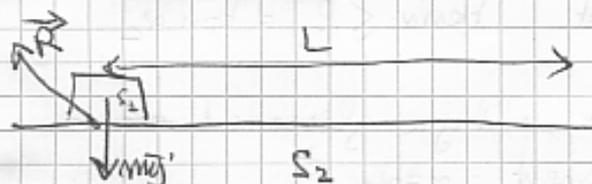
$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{R}_N + \vec{R}_T$$

$$\text{si } \beta = 0 \quad \text{alors } \vec{R}_T = \vec{0}$$

donc $m\vec{x} = \vec{0}$: mise en mouvement impossible

2) Point de vue aérodynamique

un solide de masse m est lancé avec une vitesse initiale \vec{v} sur un plan horizontal, il s'arrête au bout d'une distance L .



Solide de masse m (S_1):

Hélicisme de l'énergie mécanique

$$\Delta E_{m1} = W_{\text{Fext}1}$$

$$\circ \frac{1}{2}mv^2 = \int \vec{T} \cdot d\vec{l} = -\beta mgL \quad (\text{car } |\vec{T}| = \beta |\vec{v}|)$$

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = \beta mgL}$$

1^{er} principe de la therm. $\Delta(U_1 + E_{m1}) = W_{\text{Fext}1} + Q_1$

$$\text{donc } \boxed{\Delta U_1 = Q_1}$$

Solide 2 (plan horizontal)

Hélicisme de l'énergie méca. $\Delta E_{m2} = W_{\text{Fext}2}$

$$0 = 0$$

1^{er} prin de la therm. $\rightarrow \boxed{\Delta U_2 = Q_2}$

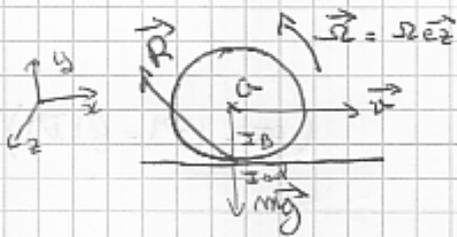
Solide 1+2: $\Delta(U_{12} + E_{m12}) = 0$ car isolé

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = -\Delta E_{m1}$$

$$\boxed{Q_1 + Q_2 = +\frac{1}{2}mv^2 = \beta mgL}$$

Le transfert d'énergie (cinétique à interne) s'effectue via
cesse des frottements et donc un transfert thermique.

3) Effet Reine de la boucle de billard



à $t=0$ \vec{v}_0 , $\vec{\Omega}_0 = \Omega_0 \vec{e}_z$
 dans A
 $\vec{v}_G(t=0) = \vec{v}(I_B) - \vec{v}(I_{\text{sol}})$
 $= \vec{v}_0 + I_{BG} \cdot \vec{\Omega}_0$

$$\vec{v}_G(t=0) = \vec{v}_0 + R \Omega_0 \vec{e}_z$$

$v_0 > 0$ et $\Omega_0 > 0$

donc $\vec{v}_G(t=0) \neq \vec{0}$

Le Pairs de Coulomb est donc $(\vec{R}_T) = \beta (\vec{R}_N)$

le PFD donne $m \vec{a} = -mg \vec{e}_y - R_T \vec{e}_x + R_N \vec{e}_z$

$$\begin{cases} m \ddot{x}_G = -R_T \\ 0 = -mg + R_N \end{cases} \quad \text{donc } R_T = \beta mg$$

$m \ddot{x} = -\beta mg$ $\vec{v}_G(t) = (v_0 - \beta g t) \vec{e}_x$

le Theoreme du moment cinétique

$$J \dot{\Omega} = \vec{r}_G(\vec{F}) \cdot \vec{e}_z = -R(R_T)$$

$$J \dot{\Omega} = -R R_T \Rightarrow \Omega(t) = \Omega_0 - \frac{R R_T}{J} t$$

$J = \frac{2}{5} m R^2$ $\Omega(t) = \Omega_0 - \frac{5}{2} \frac{\beta g}{R} t$

donc $v_G(t) = v(t) + R \Omega(t) = v_0 + \Omega_0 R - \frac{7}{2} \beta g t$

soit t_1 tel que $v_G(t_1) = 0$ $t_1 = \frac{2}{7} \left(\frac{v_0 + R \Omega_0}{\beta g} \right)$

Pour $t \gg t_2$ on entre dans une phase de roulement
sans glissement

$$\vec{v}_G(t) = \vec{v}(t) + R\Omega(t) \vec{e}_x = \vec{0}$$

on a toujours $\frac{2}{5} m R^2 \dot{\Omega} = -R R_T$

et $m \dot{v} = -R_T$

$$\text{soit } \left\{ \begin{array}{l} \dot{\Omega} = -R_T \frac{5}{2} \frac{1}{mR} \\ \dot{v} = -\frac{R_T}{m} \end{array} \right.$$

car $v + R\Omega = 0$ donc $R_T = 0$

donc $\dot{v} = 0$ et $\dot{\Omega} = 0$

$$\begin{aligned} \text{donc } v(t) &= v(t_2) = v_0 - \beta g \frac{2}{7} \left(\frac{v_0 + 2\omega R}{\beta g} \right) \\ &= \frac{1}{7} (5v_0 - 2\omega R) \end{aligned}$$

on peut donc avoir un effet rebond pour $t > t_2$

si $5v_0 - 2\omega R < 0$

Questions

Théorème du moment cinétique?

Comment définit-on le référentiel du centre de masse?

Les frottements, que peut-on en dire d'un point de vue énergétique? Est-ce toujours une perte d'énergie?

Quelle expérience pourrait montrer que $f_s > f_d$?

"Les frottements s'opposent au mouvement", que pensez-vous de cette phrase?

Nom de l'effet qui fait tenir une vis au mur? Exemples de la vie courante?

Commentaires

Ok dans l'ensemble, commencer par l'aspect cinématique et n'introduire les forces d'actions de contact qu'au moment des lois de Coulomb.

Il manque l'aspect énergétique! (les forces de frottement ne travaillent pas lors du non-glissement).

Pour un solide on utilise le "Théorème de la résultante dynamique".

Ne pas oublier les indices $R_{2/1}$.

Pour la vitesse de glissement, les vitesses sont calculées dans le même référentiel. L'exemple de la roue n'est pas indispensable.

Lois de Coulomb: expérience non convaincante sur la comparaison avec/sans masse.

Représenter les forces de contact AU contact.

Proposer un calcul de f_s à partir de l'angle mesuré dans l'expérience avec le plan incliné. Insister sur $f_s \neq f_d$.

Applications: justifier $f_s \approx f_d$. Remplacer l'exemple du marcheur avec la voiture (en simplifiant le problème, assez long): la réaction tangentielle ne s'oppose pas au mouvement.

Exercice thermo inintéressant ici. Proposition d'exercice: l'arc-boutement.

Effet rétro intéressant.

En conclusion: les frottements correspondent à 1% du PIB.

Effet du stick-slip (collé-glissé) intéressant à proposer.

Expérience de Timochenko à connaître.