

FRACTIONS RATIONNELLES.

Décomposition en éléments simples.

- 1 $\frac{X^4 + 2X + 2}{X^3 + X^2 - 2X}$ 2 $\frac{X^4 - 2X + 2}{X^4 - 3X^3 + 3X^2 - X}$
- 3 $\frac{27}{Q} = \frac{27}{X^6 - 3X^5 - 3X^4 + 11X^3 + 6X^2 - 12X - 8}$ (on calcule $Q(-1)$; $Q'(-1)$ et $Q''(-1)$)
- 4 $\frac{1}{X^4 - 16}$ 5 $\frac{-6X^2 + 18X + 25}{(X-1)^{2021}}$
- 6 $\frac{X^4 + 2X}{X^2 - 3X + 2}$ 7 $\frac{X^4 + 2X}{(X+1)(X-2)^2}$ 8 $\frac{8X + 8}{(X+2)X^3}$
- 9 $\frac{X^2 + 1}{(X-1)^3}$ 10 $\frac{X^2 + 1}{(X-1)^3(X^2 - X + 1)}$ 11 $\frac{X^4 + 2X + 1}{(X-1)^3(X-3)}$
- 12 $\frac{X^5 + X^3 + X}{(X^2 + 1)(X^2 - 1)}$ 13 $\frac{X^5 + X^4}{(X^2 + X + 1)^2}$ 14 $\frac{X^7 + X^6}{(X^2 + X + 1)^3}$
- 15 $\frac{1}{X^4 + X^2 + 1}$ 16 $\frac{1}{X^{2n} - 1}$ dans \mathbb{C} , puis dans \mathbb{R} . 17 $\frac{1}{X^3(X^3 + 1)}$
- 18 $\frac{X^8 + X + 1}{X^4(X-1)^3}$ 19 $-\frac{1}{X(X+1)^{2021}}$, puis $\sum_{k=0}^{2020} C_{2021}^{k+1} X^k$. 20 $\frac{1}{(X-1)(X^n - 1)}$

(On pourra multiplier par X et utiliser la formule du binôme.)

- 21 a. Calculer la dérivée $k^{\text{ième}}$ de $f(X) = \frac{1}{(X-b)^n}$ pour $k \leq n$.
 b. Appliquer la formule de Taylor à l'ordre $n-1$ pour $x=a$ à $f(x)$.
 c. En déduire la décomposition en éléments simples de $\frac{1}{(X-a)^n(X-b)^n}$.
- 22 $\frac{1}{1 + X + X^2 + \dots + X^5}$