

## EQUATIONS DIFFERENTIELLES D'ORDRE 1.

- Dans l'équation différentielle  $y' + 2y = f(x)$ , dire sous quelle forme on cherche une solution particulière lorsque la fonction  $f$  vaut successivement :  
 $x^2 + x + 1$  ;  $e^x(x+1)$  ;  $xe^x$  ;  $e^x$  ;  $e^{-2x}(x+1)$  ;  $3\sin x + 4\cos x$  ;  $2\sin x$  ;  $(x^2 + x + 1)e^{-2x}$ .
- Trouver la solution de  $y' + 2y = 3\sin x + 4\cos x$  telle que  $y(0) = 4$ .
- Intégrer l'équation différentielle  $y' + 2y = e^{-2x}(x+1)$  grâce à la M.V.C.
- Résoudre  $y' + 2y = 4x + (4x-11)e^{2x}$  ; puis  $y' + 2y = (2x+2)e^{-2x} + 16\cos(2x) - 4\sin(2x)$
- A l'aide de la méthode de la variation de la constante, intégrer les équations différentielles suivantes :
  - $2xy' + y = x^{3/2}$
  - $y' + 2y\sin x = 2\sin x$ .
  - $y' + y\tan x = \sin 2x$ .
  - $(1+x^2)y' + xy - \sqrt{1+x^2} = 0$ .
  - $x(x-1)y' - (2x-1)y + x^2 = 0$ .
- Résoudre l'équation différentielle  $|x|y' + y = x^2$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$ , puis sur  $\mathbb{R}^{-*}$ .  
En déduire les solutions sur  $\mathbb{R}$ .
- Intégrer l'équa diff  $y' + y = xy^2$  à l'aide du changement de fonction  $y = 1/z$ .
  - Intégrer l'équa diff  $2(1+x)yy' + 2x - 3x^2 + y^2 = 0$  à l'aide du chgmt de fonction  $y^2 = z$ .
  - Intégrer l'équa diff  $y' = (x+y-1)^2$  à l'aide du changement de fonction  $z = x+y-1$ .
- Un exemple d'équation différentielle d'ordre 1 issu de la chimie :

La vitesse  $v$  de disparition d'un composé chimique s'obtient en fonction de la concentration  $c$  de ce composé par la formule :  $v = -\frac{dc}{dt}$ . ( $t$  représente le temps.)

De façon empirique, on s'aperçoit qu'en radioactivité, cette vitesse de disparition est proportionnelle à la concentration. Ainsi  $v = kc$ . (où  $k$  est donc une constante caractérisant le composé)

Montrer que le temps au bout duquel disparaît la moitié d'un composé radioactif ne dépend pas de la concentration initiale  $c_0$ . (à  $t = 0$ ) On appelle ce temps la durée de vie du composé. A titre indicatif, la durée de vie du tritium ( ${}^3_1\text{H}$ ) est environ 12 ans et celle de l'uranium enrichi  $7.10^8$  ans.
- Dans l'équation différentielle  $3y' + 5y = f(x)$ , dire sous quelle forme on cherche une solution particulière lorsque la fonction  $f$  vaut successivement :  
 $5x^2 + x - 2$  ;  $e^x(x^2 - 1)$  ;  $e^{5x/3}(x^2 - 1)$  ;  $e^{-5x/3}(x^2 - 1)$  ;  $3\cos x$  ;  $x^2 - 1 + 3\cos x$ . (MAISON)
- Intégrer l'équation différentielle  $3y' + 5y = 5x^2 + x - 2$ . (MAISON)
- Résoudre l'équation différentielle  $xy' + y = x^3$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$ . (MAISON)
- $y' + 9y = 23\cos(5x) - \sin(5x)$  et  $xy' + 2y = \frac{1}{x^2}$  (MAISON 2)