

EQUATIONS DIFFERENTIELLES D'ORDRE 1.

- Dans l'équation différentielle $y' + 2y = f(x)$, dire sous quelle forme on cherche une solution particulière lorsque la fonction f vaut successivement :
 $x^2 + x + 1$; $e^x(x+1)$; xe^x ; e^x ; $e^{-2x}(x+1)$; $3\sin x + 4\cos x$; $2\sin x$; $(x^2 + x + 1)e^{-2x}$.
- Trouver la solution de $y' + 2y = 3\sin x + 4\cos x$ telle que $y(0) = 4$.
- Intégrer l'équation différentielle $y' + 2y = e^{-2x}(x+1)$ grâce à la M.V.C.
- Résoudre $y' + 2y = 4x + (4x-11)e^{2x}$; puis $y' + 2y = (2x+2)e^{-2x} + 16\cos(2x) - 4\sin(2x)$
- A l'aide de la méthode de la variation de la constante, intégrer les équations différentielles suivantes :
a. $2xy' + y = x^{3/2}$ b. $y' + 2y\sin x = 2\sin x$. c. $y' + y\tan x = \sin 2x$.
d. $(1+x^2)y' + xy - \sqrt{1+x^2} = 0$. e. $x(x-1)y' - (2x-1)y + x^2 = 0$.
- Résoudre l'équation différentielle $|x|y' + y = x^2$ sur \mathbb{R}^{+*} , puis sur \mathbb{R}^{-*} .
En déduire les solutions sur \mathbb{R} .
- a. Intégrer l'équa diff $y' + y = xy^2$ à l'aide du changement de fonction $y = 1/z$.
b. Intégrer l'équa diff $2(1+x)yy' + 2x - 3x^2 + y^2 = 0$ à l'aide du chgmt de fonction $y^2 = z$.
c. Intégrer l'équa diff $y' = (x+y-1)^2$ à l'aide du changement de fonction $z = x+y-1$.
- Un exemple d'équation différentielle d'ordre 1 issu de la chimie :

La vitesse v de disparition d'un composé chimique s'obtient en fonction de la concentration c de ce composé par la formule : $v = -\frac{dc}{dt}$. (t représente le temps.)

De façon empirique, on s'aperçoit qu'en radioactivité, cette vitesse de disparition est proportionnelle à la concentration. Ainsi $v = kc$. (où k est donc une constante caractérisant le composé)

Montrer que le temps au bout duquel disparaît la moitié d'un composé radioactif ne dépend pas de la concentration initiale c_0 . (à $t = 0$) On appelle ce temps la durée de vie du composé. A titre indicatif, la durée de vie du tritium (${}^3_1\text{H}$) est environ 12 ans et celle de l'uranium enrichi 7.10^8 ans.
- Dans l'équation différentielle $3y' + 5y = f(x)$, dire sous quelle forme on cherche une solution particulière lorsque la fonction f vaut successivement :
 $5x^2 + x - 2$; $e^x(x^2 - 1)$; $e^{5x/3}(x^2 - 1)$; $e^{-5x/3}(x^2 - 1)$; $3\cos x$; $x^2 - 1 + 3\cos x$. (MAISON)
- Intégrer l'équation différentielle $3y' + 5y = 5x^2 + x - 2$. (MAISON)
- Résoudre l'équation différentielle $xy' + y = x^3$ sur \mathbb{R}^{+*} . (MAISON)
- $y' + 9y = 23\cos(5x) - \sin(5x)$ et $xy' + 2y = \frac{1}{x^2}$ (MAISON 2)