

## APPLICATIONS DU CALCUL INTEGRAL.

1. On considère l'arc © d'équation cartésienne :  $y = \operatorname{ch} x$ . On rappelle que  $\operatorname{ch}^2(x) - \operatorname{sh}^2(x) = 1$
- Tracer rapidement l'arc ©.
  - Calculer l'aire de la partie du bol comprise entre  $-a$  et  $a$ .
  - Calculer la longueur de l'arc du point  $M(0) = (0,1)$  au point  $M$  de © d'abscisse  $x$ .
  - On considère la surface  $S$  délimitée par l'arc © et la droite d'équation :  $y = b$  ( $b > 1$ )  
Calculer le volume engendré par la rotation de  $S$  autour de  $Oy$ .

2. Calculer la surface d'une ellipse.

3. On considère l'arc © d'équations paramétriques 
$$\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases} \quad (a > 0)$$

- Tracer rapidement cette courbe.
- Calculer sa longueur.
- Calculer l'aire de la surface délimitée par cette courbe.
- On fait tourner la courbe autour de l'axe  $Ox$ . Quel est le volume du bidule ainsi obtenu ?

4. On considère dans  $\mathbb{R}^3$  la courbe d'équations paramétriques 
$$\begin{cases} x = e^t \\ y = e^{-t} \\ z = t\sqrt{2} \end{cases}$$

Calculer la longueur de l'arc du point de paramètre 0 au point de paramètre  $t = a$ .

5. Calculer la longueur de l'arc qui joint 0 au point  $M$  de coordonnées :  $(x, x^2, 2x^3/3)$ .

6. Calculer le volume d'un ballon de rugby.

7. Construire rapidement la courbe d'équations paramétriques 
$$\begin{cases} x = u^2 \\ y = \frac{2}{3}u^3 \end{cases}$$

La tangente au point  $M$  de paramètre  $t$  rencontre la courbe en  $M'$  de paramètre  $t'$ .

Montrer que  $t' = -t/2$  ; Calculer la longueur de l'arc  $MM'$ .

Quel est le volume de la trompette obtenue en faisant tourner l'arc de  $M(0)$  à  $M(t)$  autour de l'axe des  $x$  ?

8. On considère la courbe (cycloïde) définie paramétriquement par 
$$\begin{cases} x = R(u - \sin u) \\ y = R(1 - \cos u) \end{cases}$$

- Indiquer rapidement l'allure de la courbe lorsque  $u$  varie de 0 à  $2\pi$ .
- Calculer la longueur de cet arc.
- Calculer l'aire limitée par cette courbe.
- Calculer le volume engendré par sa rotation autour de l'axe  $Ox$ .