

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

THÈSE

Spécialité : Mécanique

présentée par

Julien DUCARNE

pour obtenir le grade de DOCTEUR

**Modélisation et optimisation de dispositifs  
non-linéaires d'amortissement de structures  
par systèmes piézoélectriques commutés**

Soutenue le 27 Mars 2009,

devant le jury composé de :

Louis JÉZÉQUEL	École Centrale, Lyon	<i>Président</i>
Étienne BALMÈS	ENSAM Paris	<i>Rapporteur</i>
Joël POUGET	CNRS, UPMC	<i>Rapporteur</i>
Paolo ERMANNI	ETH Zurich	<i>Examineur</i>
Jean-Paul GRELLIER	DGA	<i>Examineur</i>
Daniel GUYOMAR	INSA Lyon	<i>Examineur</i>
Jean-François DEÛ	CNAM Paris	<i>Co-encadrant de thèse</i>
Olivier THOMAS	CNAM Paris	<i>Co-encadrant de thèse</i>
Roger OHAYON	CNAM Paris	<i>Directeur de thèse</i>

---

## Remerciements

Ce document de thèse présente des travaux réalisés au Cnam Paris d'Octobre 2005 à Mars 2009 sous la direction de Roger Ohayon et la supervision attentive d'Olivier Thomas et Jean-François Deü, qui ont toujours su me guider en me laissant de bonnes marges de liberté. Qu'ils soient remerciés pour m'avoir permis de réaliser ce travail, en montant tout d'abord le projet avec la DGA, puis en me suivant dans chacune des étapes, des congrès internationaux à la rédaction. Cette thèse a été rendue possible grâce à une bourse de la Délégation Générale de l'Armement (dans le cadre du contrat numéro 05.43.063.00 470 7565), que je remercie. Je remercie d'ailleurs Jean-Paul Grellier, de la DGA, qui a fait l'honneur d'être présent pour le jury.

Je remercie également Étienne Balmès et Joël Pouget, rapporteurs, pour leur lecture attentive. Enfin je remercie Louis Jezéquel d'avoir présidé le jury et Paolo Ermanni d'être venu spécialement de Suisse pour assister à la soutenance.

Durant mon travail j'ai eu de nombreux échanges avec l'équipe du LGEF Lyon en général, en particulier Daniel Guyomar, présent dans le jury, mais aussi Claude Richard et Élie Lefevre qui a réalisé un des circuits utilisés ; je les remercie pour ce qu'ils m'ont apporté. Je remercie également Mickaël Lallart pour les discussions d'électronique et Gaël Sebald pour ses réflexions sur l'énergie électrique lors d'ICAST 2008. De manière générale je remercie l'équipe qui m'a accueilli lors de mon passage à Lyon.

J'ai aussi eu l'occasion d'être accueilli par toute l'équipe du laboratoire MAE, dirigée par le professeur Wei-Hsin Liao à Hong-Kong, pour un séjour très enrichissant. Je les remercie ici de m'avoir accueilli.

Plus près de Paris, je remercie Laurent Prévond et les techniciens de la chaire d'électrotechnique du Cnam qui m'ont aidé à réaliser quelques circuits et ont réalisé la carte de l'inducteur synthétique. Enfin, à la chaire de mécanique, je remercie bien sur toute l'équipe du LMSSC, Fred et Lionel, Antoine, Walid, Romain et Aurélien, Monica et Eleonora et les différents élèves ingénieurs qui se sont succédés dans notre bureau. Grâce à eux j'ai pu travailler dans la bonne humeur, au sein d'une équipe soudée et efficace.

Finalement je remercie chaleureusement mes amis et ma famille qui m'ont apporté un soutien sans faille même au plus fort de la rédaction, quand je n'ai pas toujours pu leur rendre l'attention qu'ils m'ont portée.

Paris, le 9 Avril 2009



---

---

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Cadre de l'étude	1
1.1.1	Catégories de dispositifs anti-vibration	1
1.1.2	Dispositifs piézoélectriques	2
1.1.3	Shunts piézoélectriques	4
1.1.4	Shunts à commutation	4
1.1.5	Projet DGA	5
1.2	Travail présenté	5
1.2.1	Objectif	5
1.2.2	Organisation du document	6

## I MODÈLE ÉLECTROMÉCANIQUE

<b>2</b>	<b>Matériau piézoélectrique</b>	<b>11</b>
2.1	Effet piézoélectrique	11
2.2	Grandeurs électriques	12
2.2.1	Dans le vide	12
2.2.2	Dans un matériau	13
2.2.3	En résumé	16
2.3	Isolants et conducteurs en électrostatique	17
2.3.1	Formulation du problème	17
2.3.2	Conducteurs en équilibre électrostatique	18
2.3.3	Condensateur plan	18
2.4	Piézoélectricité	20
2.4.1	Historique	20
2.4.2	Principales catégories de matériaux piézoélectriques	20
2.4.3	Spécificités	25
2.4.4	Applications	26
2.5	Piézoélectricité linéaire	27
2.5.1	Loi de comportement	27
2.6	Modélisation d'un milieu piézoélectrique	33
2.7	Coefficients de couplage électromécaniques	34
2.7.1	Coefficients de couplage matériau	34
2.8	Conclusion	39

<b>3</b>	<b>Modélisation semi-analytique d'une poutre avec éléments piézoélectriques</b>	<b>41</b>
3.1	Formulation générale . . . . .	41
3.1.1	Géométrie . . . . .	41
3.1.2	Hypothèses mécaniques . . . . .	42
3.1.3	Hypothèses électriques . . . . .	44
3.1.4	Réduction de la loi de comportement . . . . .	44
3.1.5	Grandeurs généralisées . . . . .	45
3.1.6	Cas particulier d'une structure symétrique . . . . .	48
3.1.7	Équations d'équilibre . . . . .	48
3.2	Poutre symétrique munie de deux pastilles piézoélectriques . . . . .	49
3.2.1	Grandeurs généralisées . . . . .	49
3.2.2	Équations du mouvement . . . . .	50
3.2.3	Adimensionnement . . . . .	51
3.3	Réduction modale . . . . .	52
3.3.1	Calcul des modes propres en court-circuit . . . . .	53
3.3.2	Projection modale du système couplé . . . . .	55
3.4	Coefficient de couplage effectif . . . . .	55
3.4.1	Projection modale du système circuit ouvert . . . . .	55
3.4.2	Coefficient de couplage . . . . .	56
3.4.3	Troncature modale . . . . .	57
3.5	Conclusion . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Modélisation éléments finis adaptée aux cas de shunts</b>	<b>59</b>
4.1	Étude bibliographique . . . . .	59
4.2	Modélisation d'un milieu piézoélectrique . . . . .	60
4.2.1	Formulation variationnelle en terme de déplacement et potentiel $(u_i, \psi)$ . . . . .	61
4.3	Structure élastique avec éléments piézoélectriques . . . . .	62
4.3.1	Problème général, hypothèses . . . . .	62
4.3.2	Formulation variationnelle en déplacement et différence de potentiel $(u_i, V^{(p)})$ . . . . .	63
4.3.3	Formulation en éléments finis . . . . .	66
4.3.4	Cas pratiques . . . . .	67
4.4	Réduction modale et coefficients de couplage . . . . .	68
4.4.1	Modes propres en court-circuit . . . . .	68
4.4.2	Projection modale du problème général . . . . .	69
4.4.3	Coefficient de couplage effectif . . . . .	70
4.5	Application au cas d'une poutre stratifiée piézoélectrique . . . . .	72
4.5.1	Hypothèses sur les champs électriques et mécaniques . . . . .	73
4.5.2	Formulation variationnelle . . . . .	73
4.5.3	Discrétisation éléments finis . . . . .	76
4.5.4	Matrice de couplage électromécanique . . . . .	77
4.5.5	Association de plusieurs éléments piézoélectriques . . . . .	77
4.6	Comparaison avec le modèle analytique . . . . .	79
4.7	Conclusion . . . . .	80
<b>II SHUNTS LINÉAIRES</b>		
<b>5</b>	<b>Shunts linéaires : modélisation et optimisation</b>	<b>83</b>
5.1	Bibliographie . . . . .	84
5.2	Objectif . . . . .	85
5.3	Shunt résistif . . . . .	85
5.3.1	Modèle . . . . .	85
5.3.2	Optimisation : cas 1 ddl sans amortissement . . . . .	87

5.3.3	Modèle 1 ddl avec amortissement . . . . .	90
5.3.4	Performances : atténuation et couplage électromécanique . . . . .	92
5.3.5	Influence d'un désaccord . . . . .	93
5.3.6	Performances dans le cas plusieurs degrés de liberté . . . . .	94
5.3.7	Analogie mécanique . . . . .	97
5.4	Shunt résonant . . . . .	99
5.4.1	Modèle . . . . .	99
5.4.2	Optimisation : cas 1 ddl sans amortissement . . . . .	100
5.4.3	Modèle 1 ddl avec amortissement . . . . .	105
5.4.4	Performances : atténuation et couplage électromécanique . . . . .	106
5.4.5	Influence d'un désaccord . . . . .	107
5.4.6	Performances dans un cas à plusieurs ddl . . . . .	109
5.4.7	Analogie mécanique . . . . .	111
5.5	Conclusion . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Expérimentation sur les shunts</b>	<b>115</b>
6.1	Réalisation d'une poutre avec couplage optimisé . . . . .	115
6.1.1	Choix des éléments . . . . .	115
6.1.2	Collage . . . . .	120
6.2	Dispositif expérimental . . . . .	122
6.3	Circuit shunt . . . . .	122
6.3.1	Résistance . . . . .	122
6.3.2	Inductance . . . . .	122
6.4	Résultats . . . . .	128
6.4.1	Régime forcé . . . . .	128
6.4.2	Variation du couplage . . . . .	132
6.4.3	Régime libre . . . . .	134
6.5	Conclusion . . . . .	137
<b>III SHUNTS À COMMUTATION</b>		
<b>7</b>	<b>Shunts à commutation sur un système à un degré de liberté</b>	<b>141</b>
7.1	Shunts à commutation : concept et recherche existante . . . . .	142
7.1.1	Principe de base . . . . .	142
7.1.2	Origine du concept et développement . . . . .	143
7.1.3	Cas de la récupération d'énergie . . . . .	145
7.1.4	Originalité de cette étude . . . . .	145
7.2	Modèle à un degré de liberté . . . . .	146
7.2.1	Équations générales . . . . .	146
7.2.2	Principe des simulations . . . . .	146
7.2.3	Hypothèses des modèles 1 ddl . . . . .	148
7.3	Réponse libre . . . . .	148
7.3.1	Modèle SSDS sans amortissement . . . . .	148
7.3.2	Modèle SSDI sans amortissement . . . . .	149
7.3.3	Taux de décroissance . . . . .	150
7.3.4	Optimisation de la technique SSDS . . . . .	152
7.3.5	Optimisation de la technique SSDI . . . . .	153
7.3.6	Effet de l'amortissement mécanique . . . . .	153
7.4	Réponse forcée avec commutation synchronisée . . . . .	156
7.4.1	Réponse temporelle du système . . . . .	156
7.4.2	Réponse en SSDS . . . . .	157
7.4.3	Réponse en SSDI . . . . .	158
7.4.4	Comparaison avec les shunts linéaires . . . . .	161

7.4.5	Comparaison avec un modèle existant . . . . .	161
7.5	Modèle 1 ddl avec stratégie évoluée . . . . .	161
7.5.1	Comparaison sur un cas . . . . .	163
7.5.2	Évaluation de l'atténuation . . . . .	167
7.6	Conclusion sur le modèle 1 DDL . . . . .	169
7.6.1	Cas de la technique SSDS . . . . .	169
7.6.2	Cas de la technique SSDI . . . . .	169
7.6.3	Limites du modèle . . . . .	169
<b>8</b>	<b>Shunt à commutation sur un système à plusieurs degrés de liberté</b>	<b>171</b>
8.1	Modèle utilisé . . . . .	172
8.1.1	Comportement en circuit ouvert . . . . .	172
8.1.2	Comportement en circuit fermé . . . . .	173
8.1.3	Transitions entre états . . . . .	174
8.1.4	Aspects énergétiques . . . . .	174
8.2	Stratégies de commutation . . . . .	177
8.2.1	Critères d'optimisation de la réduction de vibrations . . . . .	177
8.2.2	Stratégies de commutation multimode . . . . .	178
8.3	Simulation numérique . . . . .	180
8.3.1	Simulation de la réponse libre . . . . .	180
8.3.2	Simulation de la réponse forcée . . . . .	183
8.4	Résultats en régime libre . . . . .	187
8.4.1	Effet de la stratégie de commutation pour les cas 1 ddl . . . . .	187
8.4.2	Choix de l'inductance . . . . .	187
8.4.3	Systèmes à 2 DDL . . . . .	188
8.4.4	Optimisation du système . . . . .	194
8.5	Résultats en régime forcé . . . . .	195
8.5.1	Cas 1 ddl . . . . .	195
8.5.2	Cas 2 ddl . . . . .	197
8.5.3	Cas N ddl . . . . .	202
8.6	Conclusion sur le modèle N DDL . . . . .	208
<b>9</b>	<b>Expérimentation sur les shunts à commutation</b>	<b>211</b>
9.1	Structures utilisées . . . . .	211
9.1.1	Poutre symétrique . . . . .	211
9.1.2	Poutre asymétrique . . . . .	211
9.2	Circuits à commutation . . . . .	214
9.2.1	Circuit autonome . . . . .	214
9.2.2	Circuit à commutation commandée . . . . .	215
9.3	Dispositifs de mesure . . . . .	223
9.3.1	Poutre symétrique . . . . .	223
9.3.2	Poutre asymétrique . . . . .	223
9.4	Résultats en régime forcé . . . . .	224
9.4.1	Analyse en temps . . . . .	224
9.4.2	Analyse en fréquence . . . . .	228
9.5	Résultats en régime libre . . . . .	237
9.6	Conclusion . . . . .	239
<b>10</b>	<b>Conclusion</b>	<b>241</b>
10.1	Organisation de la thèse et résultats. . . . .	241
10.1.1	Partie I : modèles électromécaniques . . . . .	241
10.1.2	Partie II : shunts linéaires . . . . .	242
10.1.3	Partie III : shunts à commutation . . . . .	243

10.2 Exemple de démarche d'optimisation . . . . .	245
10.3 Prolongements de l'étude . . . . .	247

ANNEXES

<b>A Programme Simulink</b>	<b>253</b>
<b>B Matrices élémentaires éléments finis</b>	<b>255</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>257</b>





---

# Introduction

## 1.1 Cadre de l'étude

À l'heure actuelle, toute une catégorie d'applications (génie civil, transport, spatial. . .) fait appel à des structures légères et confrontées à un environnement dynamique. Pour ces structures, un niveau élevé de vibrations peut conduire à la destruction ou à des phénomènes de fatigue. D'autre part, les vibrations peuvent être une source d'inconfort, de bruit, ou perturber le fonctionnement de certains systèmes. Ainsi, le concepteur doit éviter que les vibrations ne soient un problème. Pour ce faire, différentes possibilités s'offrent à lui :

- il peut chercher à soustraire la structure aux sollicitations, par exemple avec une bonne suspension pour une voiture, ou bien dans le cas d'un avion en filtrant les commandes envoyées aux gouvernes pour éviter l'excitation des modes de la cellule. . . Cette solution n'est pas toujours suffisante.
- Il est possible de délibérément ajouter de la masse au système. On peut citer par exemple le cas du lestage d'enceintes acoustiques par du sable. Cette solution ne peut s'appliquer que quand le poids n'est pas une contrainte forte ; rares sont les cas où elle est adoptée.
- Il est parfois possible d'ajouter de la raideur au système. De manière générale, en procédant à des analyses modales pendant la phase de conception, il est possible d'éviter de faire coïncider les résonances de la structure avec l'excitation, d'éviter que ces résonances correspondent à des déformées qui les rendent pénalisantes. . . Bien sur, cela a un coût en terme de temps de travail, de complexité de fabrication et de masse ajoutée à la structure.
- Si une solution basée sur la masse ou la raideur ne donne pas satisfaction, le concepteur pourra alors chercher à jouer sur l'amortissement de la structure ; ou bien encore utiliser un dispositif spécialement conçu pour régler le problème de vibration.

### 1.1.1 Catégories de dispositifs anti-vibration

Une des solutions les plus utilisées pour lutter contre les vibrations est l'ajout de matériau dissipatif (par exemple viscoélastique) sur la structure. Ces matériaux, lorsqu'ils sont déformés, vont dissiper l'énergie des vibrations. Un exemple de ce type de solution est l'utilisation de plaques de matériau caoutchouté sur les portières de voiture. On cherche généralement à placer ces matériaux là où la déformation est maximale pour le mode de vibration à réduire. Ce type de solution est simple à mettre en œuvre, efficace pour les vibrations haute

fréquence ; par contre pour des vibrations basse fréquence, la quantité de matériau à ajouter devient prohibitive.

Une autre manière de réduire l'amplitude des vibrations consiste à utiliser un résonateur accordé (Tuned Mass Damper) ; celui ci va "pomper" l'énergie des vibrations de la structure principale. On munit ce résonateur d'un dispositif viscoélastique qui dissipera l'énergie. On peut citer le cas de l'immeuble Taipei 101 au sommet duquel un pendule joue le rôle d'amortisseur à masse accordée. Ce type de dispositif doit être placé là où le déplacement est important et impose l'ajout d'une masse, ce qui peut être pénalisant. Il est de plus efficace seulement sur une gamme de fréquence très limitée.

Pour des cas de vibration à basse fréquence et à grande échelle, il est possible d'utiliser des amortisseurs à friction, hydrauliques ou magnéto-rhéologiques ; ces dispositifs peuvent être très efficaces, mais ne peuvent être placés qu'entre deux parties de la structure ayant un déplacement relatif important, ce qui limite leur application à des cas particuliers, par exemple les amortisseurs de vibrations des haubans de ponts placés entre le tablier et le hauban, ou bien les ailerons de requin des aubes de turbine placés entre deux pales successives.

Enfin, on peut citer les dispositifs faisant appel à un couplage électromécanique. Dans ce cas, on utilise un circuit électronique couplé à la structure pour réduire l'amplitude des vibrations. On peut citer deux grandes catégories de techniques :

- les techniques électromagnétiques, utilisant le déplacement relatif d'aimants et de bobines ;
- les techniques piézoélectriques, faisant appel à la déformation d'un matériau piézoélectrique.

On peut regrouper les atouts et faiblesses de ces techniques sous forme de tableau synthétique (tab. 1.1). À la lecture de ce tableau, il apparait que si l'on souhaite amortir des vibrations de basse fréquence en étant efficace, avec un dispositif à l'encombrement limité qui vient se placer au maximum de déformation, un système utilisant le couplage piézoélectrique est tout indiqué.

### 1.1.2 Dispositifs piézoélectriques

En associant un élément piézoélectrique à une structure, on va coupler les vibrations de la structure à la tension et au courant dans un circuit électrique. Suivant le type de circuit, le système se comportera différemment. On distinguera trois grandes catégories de systèmes :

- Les systèmes actifs, où un contrôleur électronique utilise des informations fournies par des capteurs pour élaborer une commande. Cette commande est envoyée grâce à un amplificateur sur les éléments piézoélectriques. Ce type de système peut être très efficace, mais requiert une électronique de contrôle et de puissance lourde et coûteuse en énergie, ce qui limite ses applications. De plus, comme de l'énergie est fournie au système, une commande mal maîtrisée peut engendrer une instabilité.
- Les systèmes passifs, où le circuit relié aux éléments piézoélectriques est constitué de composants passifs (par exemple, une simple résistance). Ces systèmes ont l'avantage de ne requérir ni énergie, ni information pour fonctionner ; ils sont moins chers que les systèmes actifs. L'efficacité est par contre à priori moins bonne.
- Les systèmes semi-passifs font appel à des composants actifs pour le circuit électronique ; néanmoins ils n'injectent pas directement d'énergie dans les éléments piézoélectriques

	Ajout viscoélastique	Amortisseur à masse accordée	Amortisseur à friction ou hydraulique	Système électromagnétique	Système piézoélectrique
✓ Efficace en HF	✓ Efficace en BF	✓ Efficace en BF	✓ Efficace en large bande	✓ Efficace en large bande	✓ Efficace en large bande
✓ Peu cher	✓ Technologie éprouvée	✓ Technologie éprouvée	✗ placé entre deux points au déplacement différent	✓ Travaille en déformation	✓ Travaille en déformation
✓ Technologie éprouvée	✗ Masse au max. de déplacement.	✗ placé entre deux points au déplacement différent	✗ alimentation nécessaire	✗ Cher	
✓ Travaille en déformation	✗ Nécessite un accord précis				
✗ Peu efficace en BF			Efficacité dépendant de l'électronique	Efficacité dépendant de l'électronique	

TAB. 1.1: Principales caractéristiques de dispositifs antivibration.

(à la différence d'un système actif). Ils consomment relativement peu d'énergie. Dans certains cas, il est possible d'alimenter un système semi-passif à partir d'une pile, ou même de l'énergie électrique présente dans l'élément piézoélectrique : il est alors possible de le rendre autonome.

On peut regrouper les atouts et faiblesses des techniques piézoélectriques sous forme de tableau synthétique (1.2).

Système actif	Système semi-passif	Système passif
✓ Efficace	✓ Relativement simple	✓ Très simple
✗ Électronique complexe	✗ Peut requérir de l'énergie	✗ Moins efficace
✗ Consomme de l'énergie		
✗ Potentiellement instable		

TAB. 1.2: Différences entre les techniques faisant appel au couplage piézoélectrique.

### 1.1.3 Shunts piézoélectriques

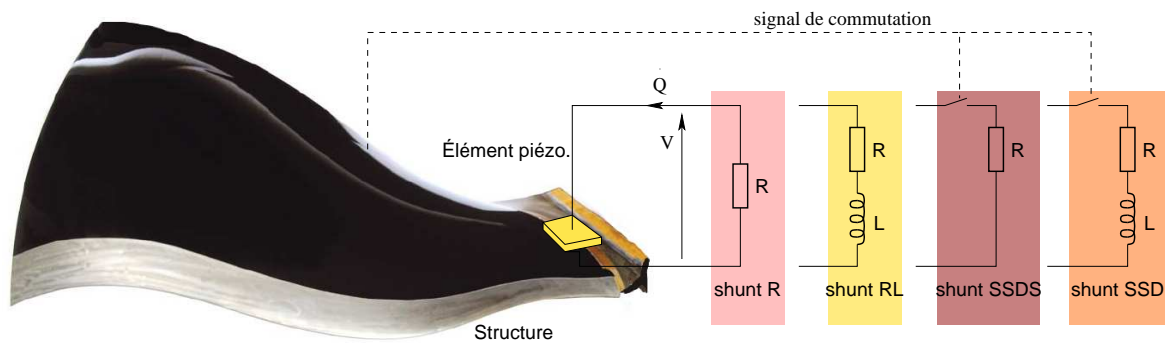


FIG. 1.1: Différents types de shunts associés à une structure.

Une catégorie particulière de dispositifs piézoélectriques est celle faisant appel à des shunts. On appelle shunt un circuit qui vient se mettre en parallèle d'un autre ; dans le cas qui nous intéresse, cela signifie que pour réduire les vibrations d'une structure, on la munit d'éléments piézoélectriques, puis ces éléments sont connectés à un circuit simple. On peut citer le cas d'un shunt résistif (shunt "R") où une résistance électrique dissipera de la puissance par effet Joule et le cas d'un shunt inductif ou résonant (shunt "RL") où une inductance permet d'augmenter le courant circulant dans le shunt, et donc la dissipation par la résistance (fig. 1.1). Ces circuits doivent être accordés sur le mode de vibration que l'on souhaite réduire.

### 1.1.4 Shunts à commutation

On appelle shunt à commutation une catégorie particulière de shunts où le circuit peut être ouvert ou fermé de manière synchronisée avec les vibrations de la structure. On peut citer notamment le cas des shunts "Synchronized Switch Damping on Short" (SSDS) et "Synchronized Switch Damping on Inductor" (SSDI), où le circuit associé est respectivement

une résistance, ou bien une résistance et une inductance ; chacun des circuits est de plus muni d'un dispositif à commutation qui ferme et ouvre le circuit à des instants bien choisis (fig. 1.1). La manière d'accorder ces circuits est différente de la manière d'accorder des shunts résistifs ou résonants ; d'autre part, comme la commutation est synchronisée sur les vibrations, le système est capable de s'adapter à différentes fréquences.

### 1.1.5 Projet DGA

Les dispositifs à commutation synchronisée ont des propriétés prometteuses : efficacité sans besoin de réglage précis, et faible besoin en énergie. Ces dispositifs semi-passifs ont suscité l'intérêt de la Délégation Générale de l'Armement, qui a associé trois laboratoires pour une recherche sur le sujet :

- À Paris, le Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes couplés (LMSSC) est chargé de proposer des outils de simulation d'une structure en vibration avec des éléments piézoélectriques et un circuit à commutation. Le but est de comprendre le mécanisme de réduction de vibration et de proposer des pistes pour optimiser l'association des éléments piézoélectriques à la structure ainsi que le circuit. La présente thèse est une partie de ce travail.
- À Lyon, le Laboratoire de Génie Électrique et de Ferroélectricité (LGEF), à l'origine de recherches sur le sujet de la commutation synchronisée, s'intéresse à l'optimisation de la technique, particulièrement en termes de choix des instants de fermeture et d'ouverture du circuit.
- Toujours à Lyon, le Laboratoire d'Électronique, Nanotechnologie, Capteurs (LENAC) est chargé d'étudier la manière de réaliser et d'optimiser un circuit de commutation sous forme de circuit intégré.

Le but de ce projet est à terme de disposer d'un système autonome, constitué d'un élément piézoélectrique avec l'électronique associée, le plus compact possible et si possible autonome, qui peut être de manière pratique et sans réglage être posé sur toute structure et en réduire les vibrations.

## 1.2 Travail présenté

### 1.2.1 Objectif

Les objectifs de ce travail sont au nombre de trois.

- Le premier objectif est de développer des outils de simulation d'une structure en vibration munie d'un dispositif de réduction de vibration de type shunt commuté ou non. Pour ce faire, on souhaite développer des modèles électromécaniques *réalistes et réduits* qui incluent la structure mécanique, les éléments piézoélectriques et le circuit électrique.
- Le second objectif est d'optimiser les dispositifs de réduction des vibrations. Il s'agit de choisir les caractéristiques, d'une part des éléments piézoélectriques (dimensions, position, matériau) et d'autre part des composants du circuit électrique. Dans le cas des shunts commutés, il faut aussi optimiser la stratégie de commutation (c'est à dire le choix des instants de commutation).
- Le troisième objectif est de comprendre les mécanismes de réduction de vibration des shunts commutés. Il s'agit notamment de comprendre les transferts d'énergie entre modes produits par la commutation et d'expliquer les mécanismes de dissipation de l'énergie.

### 1.2.2 Organisation du document

Cette thèse se décompose en trois grandes parties. La première partie concerne la modélisation de structures en vibration avec des éléments piézoélectriques et leur couplage électromécanique avec un circuit quelconque. La seconde partie est une étude de l'association de circuits passifs (résistances et inductances) aux éléments piézoélectriques. Enfin la troisième partie est l'étude de shunts à commutation ; chacune des parties utilise des éléments introduits dans les parties précédentes. Voici plus précisément une vue d'ensemble du travail.

#### Partie I : Modélisation électromécanique

- Dans le chapitre 2, on introduit le phénomène de la piézoélectricité. Un rappel d'électrostatique, l'introduction des notations ainsi que quelques références bibliographiques sont proposées. La technologie des matériaux piézoélectriques ainsi que leurs applications sont évoquées. Ensuite, la relation de comportement piézoélectrique qui est utilisée dans la suite est exposée. Les divers coefficients de couplage, qui caractérisent les transferts d'énergie électromécanique au sein du matériau sont introduits. On verra que leur importance est capitale pour l'optimisation des dispositifs étudiés.
- Dans le chapitre 3 un modèle semi-analytique de poutre stratifiée avec éléments piézoélectriques est proposé. Ce modèle associe une cinématique d'Euler-Bernoulli et une hypothèse de potentiel linéaire dans l'épaisseur des éléments piézoélectriques. Les grandeurs généralisées (moment de flexion, effort normal, tension électrique et charge électrique) sont introduites, ainsi que les équations dynamiques qui régissent leur évolution. En se plaçant dans un cas de flexion pure, les équations dynamiques sont adimensionnées, puis projetées sur la base modale du système en court-circuit. Après troncature, on obtient une écriture réduite ( $N$  degrés de liberté mécaniques et 1ddl électrique), qui fait apparaître un coefficient de couplage électromécanique pour chaque mode. Une expression analytique originale de ce coefficient est obtenue et utilisée par la suite.
- Dans le chapitre 4, on étudie le cas d'une structure quelconque, associée à des éléments piézoélectriques minces. Une formulation éléments finis originale du problème électromécanique couplé est proposée, qui utilise des variables électriques globales (tension et charge dans chaque élément piézoélectrique). En projetant le problème couplé sur la base modale du système en court-circuit, on obtient une expression des coefficients de couplage modaux en fonction des matrices du problème éléments finis. Finalement, un modèle éléments finis de poutre fondé sur cette formulation est introduit.

À la fin de cette partie, on dispose d'une représentation modale du problème électromécanique (pour une poutre ou pour une structure quelconque) qu'on peut naturellement coupler aux équations d'un circuit électrique.

**Partie II : Shunts linéaires** On étudie dans cette partie l'association de shunts résistifs ou résonants aux éléments piézoélectriques, pour réduire les vibrations.

- Au chapitre 5, une étude bibliographique est proposée. Ensuite, le modèle électromécanique du chapitre 3 est tronqué à un ddl mécanique. Cela permet de calculer les paramètres électriques optimaux du shunt pour réduire les vibrations. Le résultat principal de cette étude est que le seul paramètre à maximiser est le coefficient de couplage modal introduit dans les formulations de la partie I. Cette étude 1 ddl est complétée par :

- une étude en  $N$  ddl, qui montre que les résultats de l'étude 1 ddl sont toujours valables ;
- une étude avec des paramètres électriques non optimaux, qui permet de quantifier la robustesse de la réduction des vibrations.
- Au chapitre 6 , une étude expérimentale est proposée. Tout d'abord on utilise le modèle électromécanique de la partie I pour concevoir une poutre avec couplage élevé. Ensuite, des mesures en régime forcé et en régime libre sont réalisées. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les différents modèles. Une étude originale de la performance du système avec une variation du coefficient de couplage est réalisée et montre encore une fois un bon accord théorie / expérience.

**Partie III : Shunts à commutation** Dans cette partie, on s'intéresse à l'étude et l'optimisation des shunts à commutation de type SSDS et SSDI. Les objectifs sont d'optimiser (i) les éléments piézoélectriques, (ii) la valeur des composants R ou RL et (iii) la stratégie de commutation.

- Le chapitre 7 commence par une présentation du principe de systèmes étudiés, ainsi qu'une étude bibliographique. Ensuite, deux modèles originaux, réduits à un ddl mécanique, l'un en régime libre, l'autre en régime forcé, sont présentés. Dans chaque cas, des valeurs optimales des composants électriques sont calculées, ainsi que les performances du dispositif. On montre que la performance ne dépend que du couplage électromécanique, comme dans le cas des shunts linéaires. Enfin, des stratégies de commutation évoluées, permettant d'améliorer les performances, sont introduites.
- Au chapitre 8, on introduit des modèles à  $N$  ddl mécaniques. Ceux-ci permettent de prendre en compte l'excitation des modes élevés provoquée par la commutation, et d'étudier son influence sur l'efficacité du dispositif. Une analyse énergétique originale est également proposée. Elle permet d'expliquer le mécanisme de la réduction de vibration par shunt commuté. Les différentes stratégies introduites au chapitre précédent sont aussi testées dans le cas  $N$  ddl.
- Au chapitre 9, une étude expérimentale vient confirmer ces résultats. Elle associe des poutres avec éléments piézoélectriques optimisées suivants différents critères à deux circuits à commutation :
  - l'un, fourni par le LGEF, totalement autonome ;
  - l'autre, développé au laboratoire pour mettre en œuvre des stratégies variées, basé sur un ordinateur temps réel.

Bien qu'une comparaison modèle / expérience soit moins aisée que dans le cas des shunts linéaires, on obtient des résultats concordants avec l'étude théorique, en particulier sur l'excitation des modes de fréquence élevée.



