

# Synchronisation de files indépendantes

Équipe MESCAL, sous la direction de Bruno Gaujal et Jean-Marc Vincent

Daniel STAN

ENS Cachan

6 septembre 2011

- 1 Contexte
- 2 Description du problème
- 3 Approche par champ moyen

# L'agglomération grenobloise



Terrain propice aux déplacements en tramway et surtout en vélo.

# Le campus

- Périphérie de Grenoble : Saint-Martin-d'Hères
- 3 Universités, Grandes Écoles...
- Peu d'activité en été
- Campus et équipements du Crous assez anciens

# Laboratoire ID



- Montbonnot Saint-Martin ( 5km du Campus)
- Situé à côté de l'INRIA Rhône-Alpes
- Beaucoup de stagiaires
- Mais de taille plus modeste
- Convivial

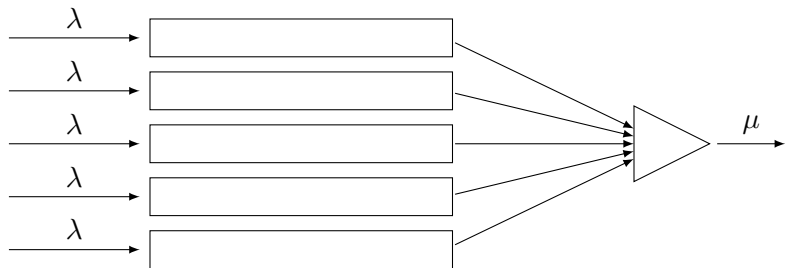
# Laboratoire ID

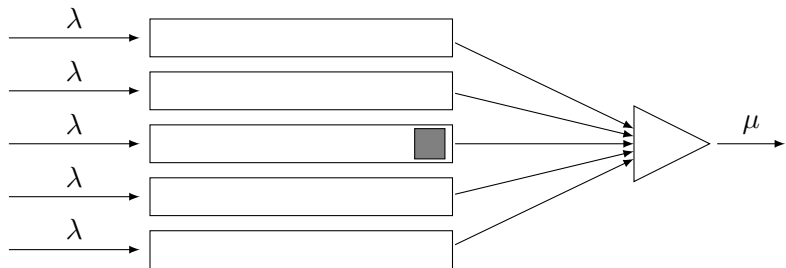


- Montbonnot Saint-Martin ( 5km du Campus)
- Situé à côté de l'INRIA Rhône-Alpes
- Beaucoup de stagiaires
- Mais de taille plus modeste
- Convivial

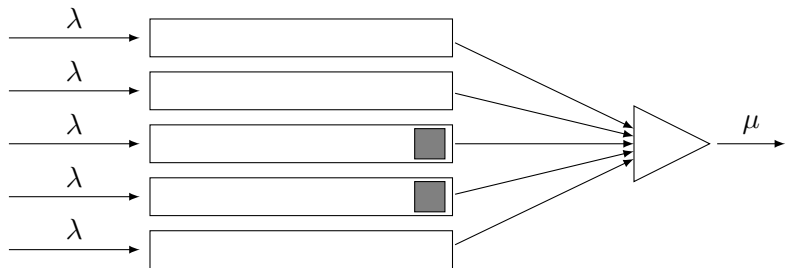
2 Équipes de recherche aux thèmes communs :

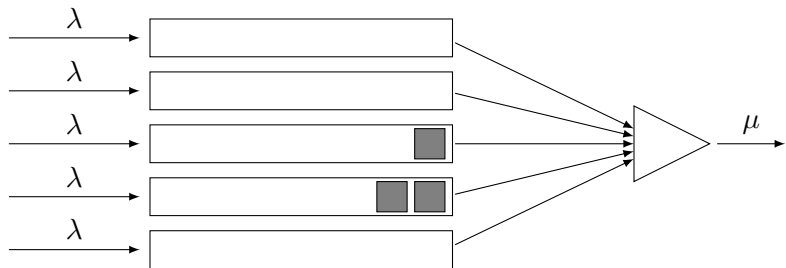
- MOAIS
- MESCAL

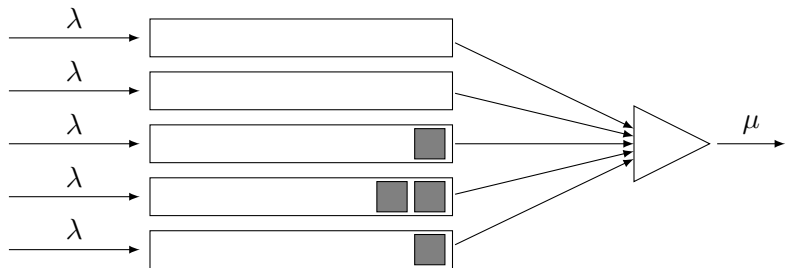


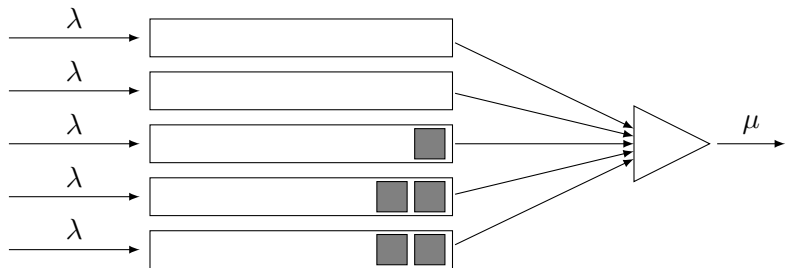


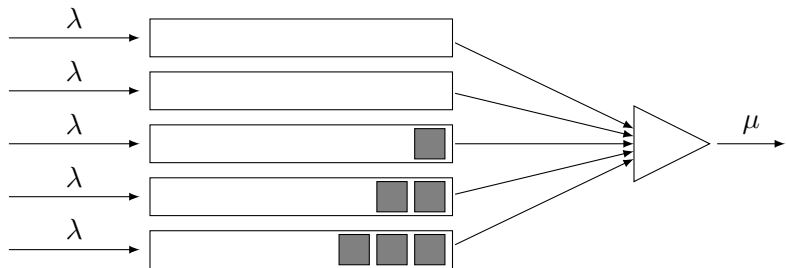


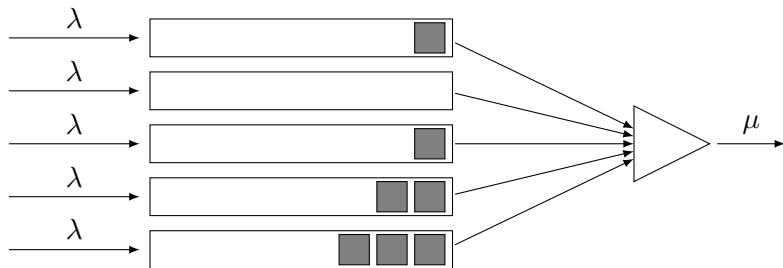


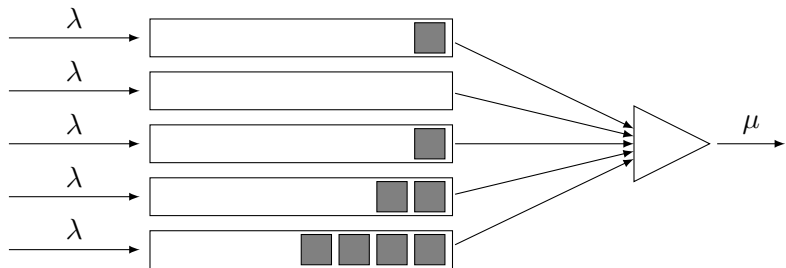


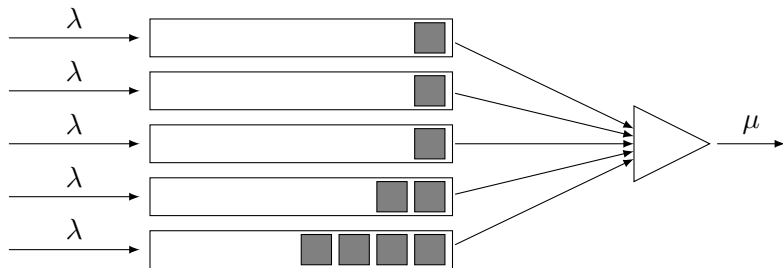




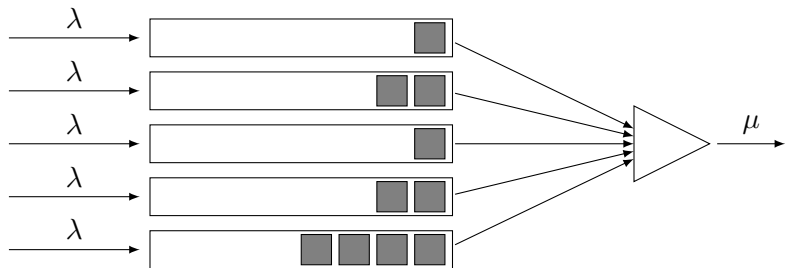


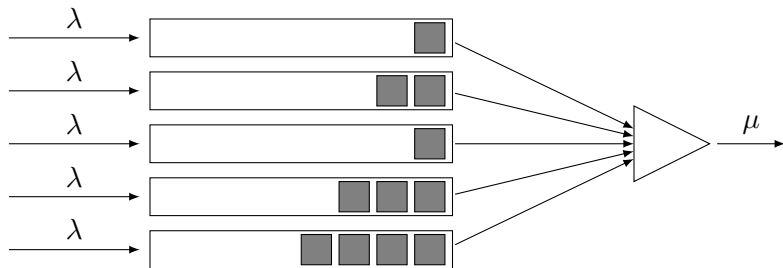


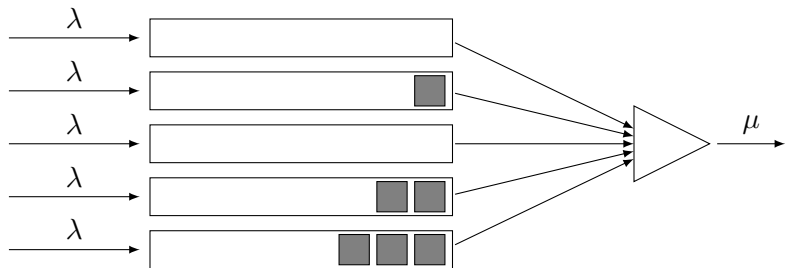












# Discussion et modélisation

- Les files sont indépendantes
- Temps continu :  $T_n^{(k)}$  = arrivée de la n-ième pièce dans la file n
- $X^{(k)}(t)$  = nombre d'éléments dans la file à l'instant  $t$
- Les arrivées d'éléments sont des processus poissonniens de paramètre  $\lambda$
- On suppose ici  $\mu = \infty$

# Discussion et modélisation

- Les files sont indépendantes
- Temps continu :  $T_n^{(k)}$  = arrivée de la n-ième pièce dans la file n
- $X^{(k)}(t)$  = nombre d'éléments dans la file à l'instant  $t$
- Les arrivées d'éléments sont des processus poissonniens de paramètre  $\lambda$
- On suppose ici  $\mu = \infty$

Applications dans le domaine industriel (et un peu en informatique)

# Passage en temps discret

Il s'agit d'une chaîne de Markov en temps continu.

$X_n$  = état de la chaîne après  $n$  arrivées (toutes files confondues).

# Passage en temps discret

Il s'agit d'une chaîne de Markov en temps continu.

$X_n$  = état de la chaîne après  $n$  arrivées (toutes files confondues).

Espace d'états :  $(\mathbb{N}^N) \setminus (\mathbb{N}^*)^N$

# Instabilité

## Propriété

*Le kitting process est récurrent nul si et seulement si  $N \in \{2, 3\}$ .  
Pour  $N \geq 4$ , le processus est transient.*



# Instabilité

## Propriété

*Le kitting process est récurrent nul si et seulement si  $N \in \{2, 3\}$ .  
Pour  $N \geq 4$ , le processus est transient.*

- Analogie à faire avec les marches aléatoires
- Même dans le cas récurrent, le temps de retour est d'espérance infinie

# Cas borné

Une seule solution : jeter les paquets prépondérants.

- États :  $(\{0 \dots C\}^N) \setminus (\mathbb{N}^*)^N$
- Tout devient récurrent positif apériodique (ergodique)

# Le champ moyen

- Plusieurs objets (automates) identiques, indiscernables et sans interactions mutuelles.
- Une ressource interagissant avec les objets.

On s'intéresse au cas  $N$  grand.

# Le champ moyen

- Plusieurs objets (automates) identiques, indiscernables et sans interactions mutuelles.
- Une ressource interagissant avec les objets.

On s'intéresse au cas  $N$  grand.

On a besoin d'une représentation indépendante de  $N$  :

$$M_n^{(k)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{1}_{\{X_n^{(i)}=k\}} = \frac{1}{N} \left| \left\{ i \mid X_n^{(i)} = k \right\} \right|$$

## Vers une équation différentielle

On effectue un bilan des départs et arrivées :

$$\mathbb{E} \left[ \delta M_n^k \mid M_n \right] = \frac{1}{N} M_n^{k-1} - \frac{1}{N} M_n^k$$

$$\frac{\mathbb{E} [\delta M_n \mid M_n]}{1/N} = A \cdot M_n$$

## Vers une équation différentielle

On effectue un bilan des départs et arrivées :

$$\mathbb{E} \left[ \delta M_n^k \mid M_n \right] = \frac{1}{N} M_n^{k-1} - \frac{1}{N} M_n^k$$

$$\frac{\mathbb{E} [\delta M_n \mid M_n]}{1/N} = A \cdot M_n$$

Intervalle moyen entre deux arrivées :  $\frac{1}{N\lambda} = dt$ .

## Vers une équation différentielle

On effectue un bilan des départs et arrivées :

$$\mathbb{E} \left[ \delta M_n^k \mid M_n \right] = \frac{1}{N} M_n^{k-1} - \frac{1}{N} M_n^k$$

$$\frac{\mathbb{E} [\delta M_n \mid M_n]}{1/N} = A.M_n$$

Intervalle moyen entre deux arrivées :  $\frac{1}{N\lambda} = dt$ .

$$\frac{dM_n}{dt} = \lambda A.M_n$$

## Vers une équation différentielle

On effectue un bilan des départs et arrivées :

$$\mathbb{E} \left[ \delta M_n^k \mid M_n \right] = \frac{1}{N} M_n^{k-1} - \frac{1}{N} M_n^k$$

$$\frac{\mathbb{E} [\delta M_n \mid M_n]}{1/N} = A.M_n$$

Intervalle moyen entre deux arrivées :  $\frac{1}{N\lambda} = dt$ .

$$\frac{dM_n}{dt} = \lambda A.M_n$$

En régime continu : convergence



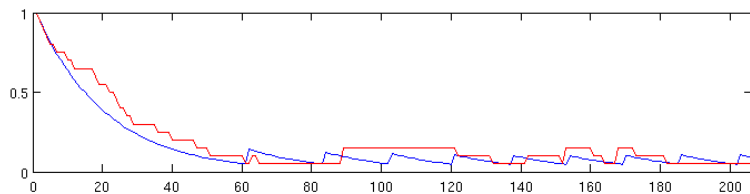
# Et le kitting

Problème de modélisation

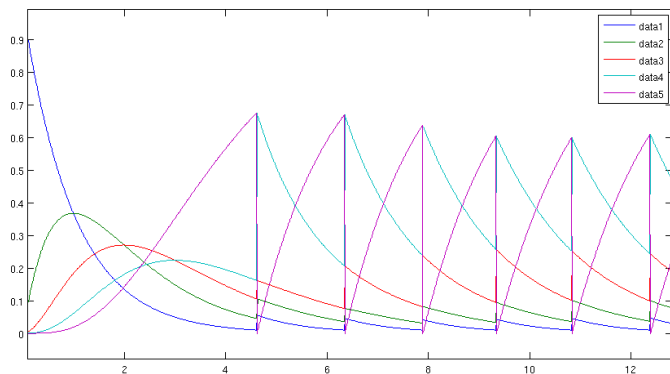
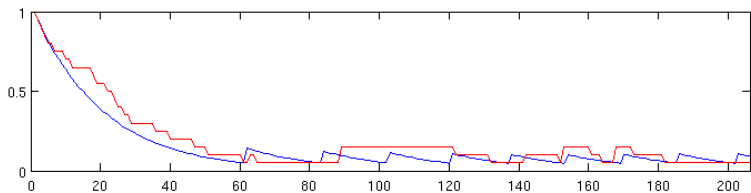
- $m_0 \leftarrow m_1; m_1 \leftarrow m_2 \dots m_C \leftarrow m_0$
- $m_0 \leftarrow m_0 + m_1; m_1 \leftarrow m_2 \dots m_C \leftarrow m_0$

Condition de réalisation ?

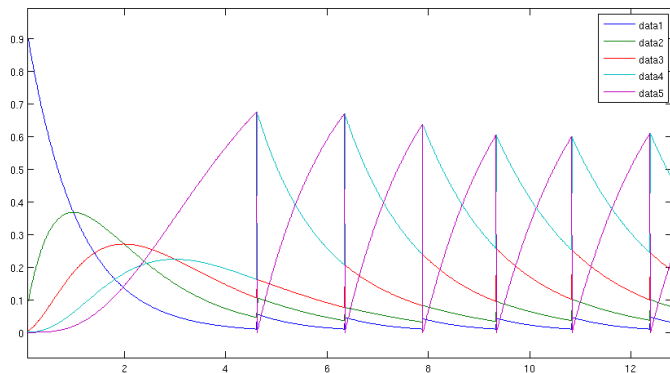
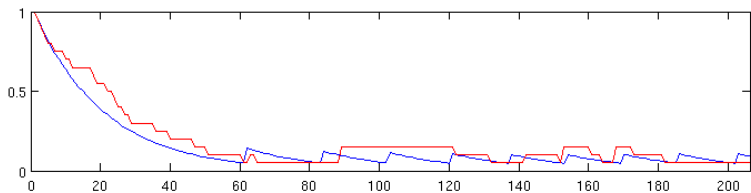
## Expérimentalement...



## Expérimentalement...



## Expérimentalement...



# Conclusions

- "Premier" stage de recherche
- Beaucoup de mathématiques
- Des résultats expérimentaux
- ... qui restent à démontrer
- Alternative efficace pour l'étude du processus

Merci de votre attention