

## Travaux Dirigés n° 6

Règles de sélection, diagrammes de Feynman, symétries discrètes

### I - Arbres, pingouins et boîtes

Quelle est l'interaction qui permet à un quark de changer sa saveur? Rappeler le diagramme de Feynman qui permet à un quark de type « up » (« down ») de se transformer en un quark de type « down » (« up »). Cette topologie s'appelle « diagramme en arbre ». Trouver deux topologies de diagrammes, plus complexes, qui permettent à un quark de type « up » (« down ») de se transformer en un autre quark de type « up » (« down »). Dans le jargon des physiciens des particules on parle de diagrammes « pingouin » et boîte (« box »).

### II - Processus permis et interdits, diagrammes de Feynman

Indiquer si les processus suivants sont permis ou non. Dans le cas où ils sont autorisés, tracer le diagramme de Feynman correspondant et préciser le type d'interaction mis en jeu. Dans le cas où ils ne sont pas possibles, indiquer quelles sont les lois de conservation qui les interdisent.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\gamma p \rightarrow e^- \gamma$                  | 2. $e^+e^- \rightarrow W^-W^+$                       |
| 3. $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$                  | 4. $e^+e^- \rightarrow \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$      |
| 5. $\mu^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau \nu_\mu$  | 6. $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ |
| 7. $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$      | 8. $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$     |
| 9. $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_e$              | 10. $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_e$                  |
| 11. $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$                   | 12. $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$                    |
| 13. $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$               | 14. $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$    |
| 15. $K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^- e^+$                 | 16. $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$                    |
| 17. $\pi^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$                   | 18. $p \rightarrow e^+ \gamma$                       |
| 19. $p \rightarrow e^+ \pi^0$                         | 20. $p \rightarrow n e^+ \nu_e$                      |
| 21. $n \rightarrow p \nu_e \bar{\nu}_e$               | 22. $\Delta^{++} \rightarrow p \pi^+$                |
| 23. $\Delta^{++} \rightarrow p \gamma$                | 24. $\Lambda^0 \rightarrow p \pi^-$                  |
| 25. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 \gamma$           | 26. $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$                   |
| 27. $\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 \pi^-$            | 28. $\pi^+ \rightarrow \mu^- e^+ e^+ \nu_\mu$        |
| 29. $\gamma \rightarrow e^- e^+$                      | 30. $B^0 \rightarrow D^{*-} D^0 K^+$                 |
| 31. $\tau^+ n \rightarrow \bar{\nu}_\tau \Delta^0 p$  | 32. $\pi^+ p \rightarrow K^+ \Sigma^+$               |
| 33. $\pi^+ e^- \rightarrow \bar{\nu}_e \mu^+ \nu_\mu$ | 34. $B^+ \rightarrow K^+ \pi^0$                      |

### III - Conjugaison de charge

1. Dans la liste des particules suivantes, déterminer celles qui sont états propres de l'opérateur conjugaison de charge  $C$  :

$$\pi^+, \gamma, K^0, \pi^0, \rho^0, \eta, n, \Xi^0$$

(voir PDG pour la composition en quarks de ces hadrons).

2. Sachant que  $\pi^0$  se désintègre en deux photons avec un rapport de branchement de 0.988, déterminer la C-parité du  $\pi^0$ .

TD6

I if par W

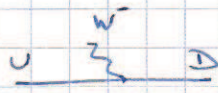
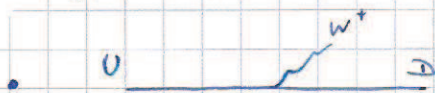


Diagramme en arbre

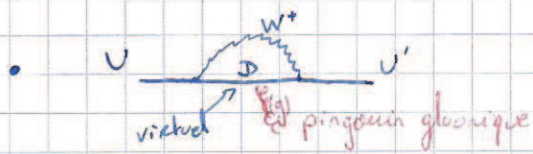


Diagramme penguin

$\gamma, Z$  penguin électrofaible

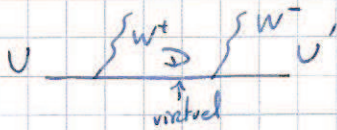


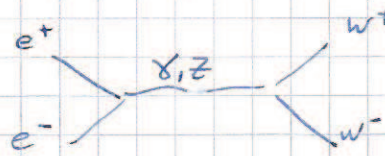
Diagramme en boîte

box

II 1.  $\phi$  par nombre B,  $L_e$ , Q

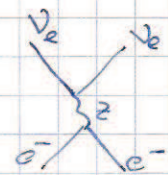
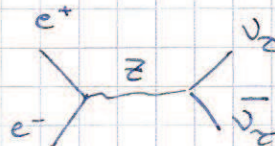
2. OK  
pour l'énergie : seulement à partir d'une énergie seuil

Permis if



3. permis par if (pas EM car  $\nu_e$  non chargé)

4. permis if ( $\nu$ )

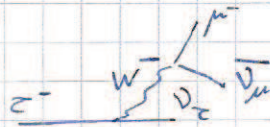


5. B,  $L_\mu$ ,  $L_\tau$ , Q OK

$m_\tau \gg m_\mu$   
1700 MeV      105 MeV

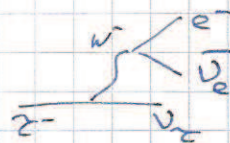
$\Rightarrow$  désintégration non permise

6. OK



7.  $L_e$ ,  $L_\mu$  non vérifiés

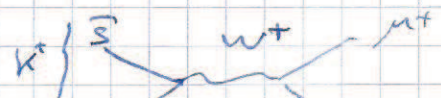
8. OK if



9.  $L_\mu$ ,  $L_e$  non vérifiés

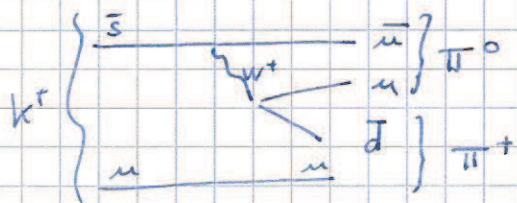
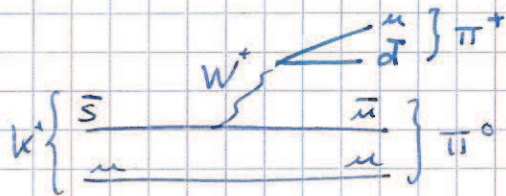
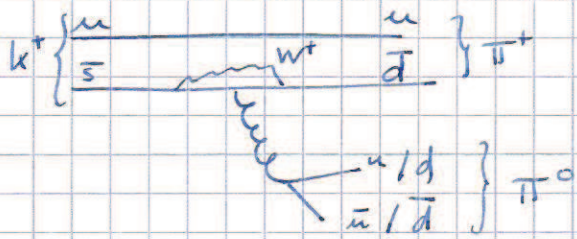
10. "

11. ~~OK~~  $K^+$   $u\bar{s}$  500 MeV Energie OK  
 $L$  OK



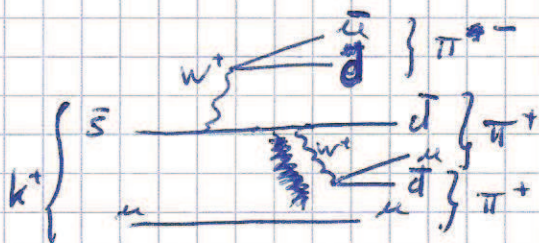
12. énergie ok  
 Q ok  
 saveur violée → if?

$k^+$   $\pi^+$   $\pi^0$   
 $\bar{s}u$   $u\bar{d}$   $u\bar{u}/d\bar{d}$



13. énergie ok  
 Q ok  
 saveur violée → if?

$k^+$   $\pi^+$   $\pi^-$   $\pi^+$   
 $\bar{s}u$   $u\bar{d}$   $\bar{u}d$   $u\bar{d}$

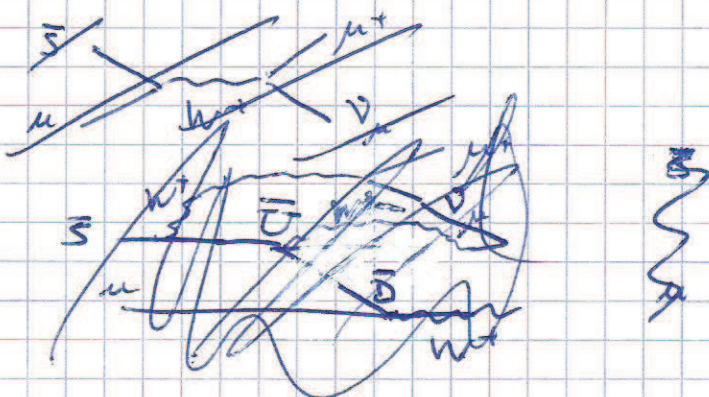


14. Q non

15. L non

16. saveur non → if?

$k^+$   
 $\bar{s}u$



# Classification des hadrons

Lois de conservation  $\Leftrightarrow$  symétrie dans la descrip<sup>o</sup> du système

## I] Rapports:

1) Symétries spatio-temporelle

\* translation  $\Leftrightarrow$  loi de conserva<sup>o</sup> conservée  
 espace  $\vec{P}_{tot}$

\* rotation  $\Leftrightarrow$  moment cinétique

\* invariance du tps  $\Leftrightarrow$  conservation de l'énergie

2) Remarque sur les groupes de rotation

Soit une rotation d'un axe  $\hat{O}_z$  de  $\delta\theta$ :  $\hat{R}(\delta\theta, \hat{z}) = \begin{pmatrix} 1 & \delta\theta & 0 \\ -\delta\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbb{1} + j\delta\theta J_z$

avec  $J_z = \begin{pmatrix} 0 & -j & 0 \\ j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Pour une rotation  $\theta$  finie, on fait  $N$  rotation de  $\delta\theta$  avec  $N \rightarrow +\infty$  et  $\delta\theta = \frac{\theta}{N}$

$$\hat{R}(\theta, \hat{z}) = \lim_{N \rightarrow \infty} (\mathbb{1} + j\delta\theta J_z)^N = \exp(j\theta J_z)$$

Pour une rotation qq, il faut 3 angles

$$\hat{R}(\theta, \vec{n}) = \exp(j(\theta_x J_x + \theta_y J_y + \theta_z J_z))$$

$\hookrightarrow$  l'ensemble de  $\hat{R}(\theta, \vec{n})$  forme un groupe (loi de composition, élément neutre, inverse)  $\rightarrow SO(3)$

Tout élément du gpe est formé sur la base de  $J_x, J_y, J_z$   
 générateurs

Par ex, sur une base support  $(0, \vec{x}, y, \vec{z})$  orthogonale,  $J_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j \\ 0 & -j & 0 \end{pmatrix}$   $J_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & j \\ 0 & 0 & 0 \\ -j & 0 & 0 \end{pmatrix}$

On peut mg  $[J_i, J_j] = \sum_{k=1}^3 \epsilon_{ijk} J_k$   
 $\hookrightarrow$  algèbre du gpe

• Peut-on construire le gpe des rotations à 1D (R)

$\hookrightarrow$  il ne faut 3 géré. qui obéissent à l'algèbre du gpe  
 Mais tous les axes réels commutent  $\rightarrow J=0 \Rightarrow$  tr scalaire est invariant par rotation

• Construction rotation à 2dim

$\hookrightarrow$  3 matrices  $\rightarrow$  Pauli  $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$   $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{pmatrix}$   $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow SU(2)$

Hamiltonien atome  $H \Rightarrow$  symétrie de rota<sup>o</sup> à 2 dim sur le spin

ECOC  $[L^2, S^2, S_z] \Rightarrow$  numérotation des  $|S, S_z\rangle$   
 $L = \frac{1}{2}\sigma_x$

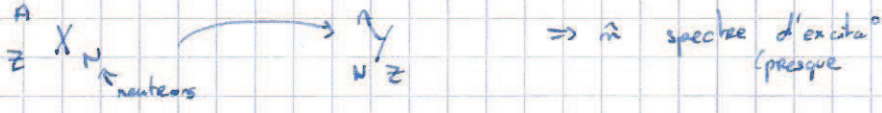
## II] Le nucléon: la notion d'isospin

1) Proton et neutrons: deux états du nucléon

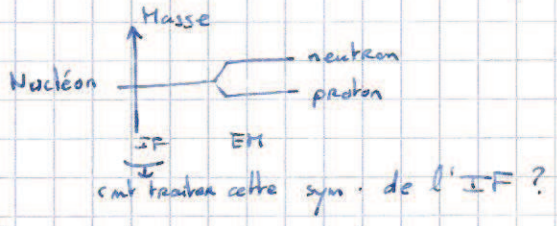
•  $\neq$  masse entre p et n:  $1,4 \cdot 10^{-3}$

- Noyau atomique: assemblage de p et de n
- noyaux massifs

$$M \approx Z = A$$



↳ p et n sont la seule particule pour l'IF



$H_{\text{fort}}$  est invariant sous un grp de sym  $\Rightarrow$  SU(2) décrit correctement la nature  
 ↳ [L<sup>2</sup>, spin, isospin] l'espace (e.v. de plus) à cause de cette sym., appelé iso-espace

Dans l'iso-espace, le nucléon est décrit par l'isospin  $|N\rangle = \frac{1}{2}$  avec  $|N\rangle_{\text{up}} = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle \equiv |p\rangle$   
 $|N\rangle_{\text{down}} = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle \equiv |n\rangle$

$$I_3 |p\rangle = \frac{1}{2} |p\rangle \quad \text{et} \quad I_3 |n\rangle = -\frac{1}{2} |n\rangle$$

2) Isospin du deuton

deuton noyau "pn"

Pour représenter le deuton, il faut "produit vect." de 2 espaces d'isospin  $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 0 \text{ ou } 1$$

$$|11\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle = pp \quad |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + |-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = pn \text{ et } np$$

$$|1-1\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = nn \quad |00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle - |-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = pn - np$$

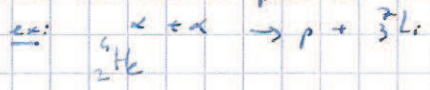
Pour l'IF, il existe 2 particules : - 1 à 3 états dégénérés  
 - 1 singulet

Observable exp: la particule pp n'existe pas pour l'IF (ne forme pas état lié)  
 ↳ la particule 1 n'existe pas (il manque un état)

Il reste la particule  $|0\rangle = |00\rangle = |\text{deuton}\rangle$  le deuton a un isospin 0.

Pour construire l'isospin des  $\neq$  noyaux, il suffit de faire le produit vectoriel de A représenté  $\frac{1}{2}$  en A = nombre protons + Nombre neutrons  $\Rightarrow$  attribution isospin à chaque noyau

Pour une réaction par IF ?



C'est une réaction IF, donc isospin est conservé entre l'état i et f

$$\sigma_{\text{section efficace}} = X \delta_I \delta_{IF} \delta_{I_3 I_3}$$

III) Classification des hadrons

1) des mésons pseudo-scalaires

$$q_1 \bar{q}_2 \quad J_{q_1 \bar{q}_2} = J(q_1) \otimes J(q_2) \otimes l = \frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} \otimes l = \begin{matrix} 0 & 0 & l \\ 1 & 0 & l \end{matrix}$$

des mésons les + légers, l=0, J=0 (dans les faits)

$$P(q_1 q_2) = P(q_1) P(q_2) (-1)^l = (-1) (-1)^l$$

$$P(q_1 q_2) = -1 \text{ pour } l=0$$

Pour les + légers:  $\int P(q_1 q_2) = 0^{-1}$  On les nomme mésons pseudo-scalaires

La non-différence entre  $p$  et  $n$  pour l'IF provient de leur composition en  $q$ . La non  $\neq$  a lieu entre le  $u$  et  $d$

Pour fabriquer un méson, j'effectue le produit de 2 représentations  $\frac{1}{2}$

$$|11\rangle = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$|10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle + \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right)$$

$$|01\rangle = \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right)$$

Pour passer dans l'anti monde,  $|\bar{u}\rangle = \hat{C} |u\rangle$  conjugaison de charge (on change le signe de tous les charges)  $\equiv$  les bases additionnelles  $= \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$

$$|\bar{d}\rangle = \hat{C} |d\rangle = \hat{C} \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle$$

Donc il existe 1 particule pour l'IF.  $\begin{cases} |11\rangle = u\bar{d} \\ |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \\ |01\rangle = d\bar{u} \end{cases}$  que l'on nomme  $\pi$

EM  $\left\{ \begin{array}{ll} \pi^+ & 140 \text{ MeV} \\ \pi^0 & 135 \text{ MeV} \\ \pi^- & 140 \text{ MeV} \end{array} \right.$

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} - d\bar{d}) \quad 500 \text{ MeV}$$