

Mouillage

Etude [interfaces liq/liq
mobiles gaz/liq]

I Tension superficielle

1) Origine de cette tension

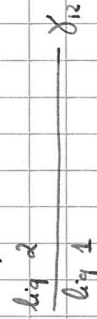
$\frac{\text{gaz}}{\text{liq}}$ $\frac{1}{2}$ $\gamma \sim \frac{U}{a^2}$

$\sim 10^{-2} \text{ J/m}^2$ $\sim 10^{-2} \text{ J/m}^2$ $\Rightarrow \gamma \sim 2 \cdot 10^{-2} \text{ J/m}^2 = 20 \text{ mJ/m}^2$

ex: eau: $\gamma = 73 \text{ mJ/m}^2$
 glycérol: 63 mJ/m^2
 alcools longs: $\sim 40 \text{ mJ/m}^2$
 huiles: $\sim 20 \text{ mJ/m}^2$
 alcanes (C-16C): $23-27 \text{ mJ/m}^2$
 mercure: 500 mJ/m^2
 métal liq (4k): $0,4 \text{ mJ/m}^2$

On peut voir γ comme une énergie de surface

Pour 2 liquides non miscibles:



Pour les liquides miscibles, on ne peut définir de γ_{12} (pas de sens)

2) Définition mécanique

(a) Travail de surface

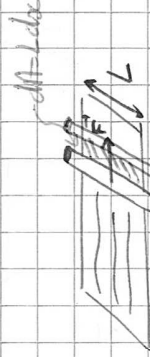


bancée libre

on "pousse" la surface droite:

la base se décale vers la gauche.

lame de "savon"



Pour étirer le film, le travail nécessaire est $dW = \gamma dA = L dx$

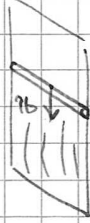
γ interfaces liq/liq
 γ gaz

(b) Forces capillaires

$dW = 2\gamma L dx = F dx$ avec

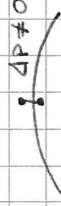
γ = force par unité de longueur de liq. dirigée vers le liq.

$F = (2\gamma) \cdot L$ la force capillaire est $\frac{2F \cos \theta}{L} = \frac{2F \cos \theta}{L}$ N/m

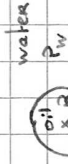


III loi de Laplace

Discontinuité de pression quand interface courbe



A) Spécie



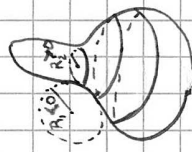
Déplacement virtuel de l'interface $R \rightarrow R+dR$
 $dW = -P_0 dV_0 - P_w dV_w + \gamma_{\text{eau}} dA$ avec

$V_0 = \frac{4}{3} \pi R^3$; $dV_0 = 4\pi R^2 dR$
 $dV_w = -dV_0$; $A = 4\pi R^2$; $dA = 8\pi R dR$
 à l'équilibre

$$\Rightarrow P_0 - P_w = \frac{2\gamma}{R} > 0$$

R) si interface plane, $R \rightarrow \infty$, $P_0 = P_w$

2) Généralisation à une surface quelconque



$$P_{int} - P_{ext} = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

R_1, R_2 : rayons de courbure principaux

↑ signes

3) Applications

- goutte $r = 1 \mu m$ (alcool)

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{r}$$

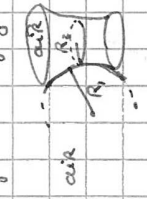
avec $\gamma \approx 20 mN/m$

⇒ $\Delta P \approx 0,5 \text{ atm}$

- une petite bulle se vide dans une graisse



↑ transfert de gaz



- surface minérale

$$R_1 < 0$$

$$R_2 > 0$$

$$\Delta P = P_i - P_e = 0$$

(mise en contact avec air)

$$\Delta P = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0$$

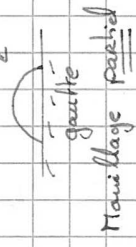
ex: menses et le "mûrissement d'Oswald"

III) Mouillage

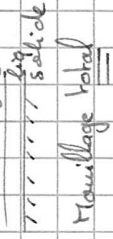
Etude de l'étalement d'un liquide sur un substrat solide (voix liq)

1) Deux types de mouillage - Paramètre d'étalement s ("spreading")

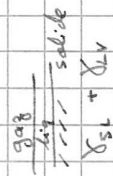
liq sur substrat solide



↑ gaz étalé



γ_{SV} : solide / vapeur



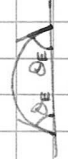
$$\Rightarrow S = \frac{\gamma_{SV}}{\text{substrat}} - \left(\frac{\gamma_{SL}}{\text{substrat mouillé}} + \gamma_{LV} \right)$$

- $S > 0$ $\gamma_{SV} > \gamma_{SL} + \gamma_{LV}$ (peu favorable) → le liq s'étale → mouillage total
- $S < 0$ → liq → goutte

$S < 0$ M. partiel

La goutte ne s'étale pas à l'éq. forme une calotte sphérique (si pas d'effet de gravité)

$\theta_E < \pi/2$ liquide plutôt mouillant

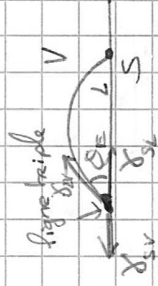


$\theta_E > \pi/2$ non mouillant



2) Loi d'Young - Dupré

Pour interface solide (liq) / gaz (en mouillage partiel)



Projection de ces forces par unité de ligne selon l'horizontale

$$-\gamma_{SV} + \gamma_{LV} \cos(\theta_E) + \gamma_{SL} = 0$$

$$\Rightarrow \gamma_{SV} - \gamma_{SL} = \gamma_{LV} \cos(\theta_E) \quad \text{Loi d'Young-Dupré}$$

3) Composante verticale compensée par interaction

Si substrat clashing, on peut dépasser cette force verticale. $\gamma_{12} + \gamma_{23} + \gamma_{13}$ à l'éq.

Condition de Neumann

IV) Capillarité et pesanteurs

1) longueur capillaire

Competition entre capillarité $\rightarrow \gamma$
 pesanteurs $\rightarrow g$

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{r} \quad \text{Laplace}$$

$$\Delta P = \rho g r \quad \text{Hydro}$$



$$\Rightarrow \frac{2\gamma}{r} = \rho g r$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{2\gamma}{\rho g}$$

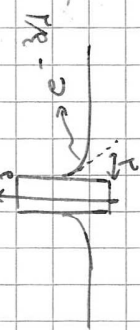
$$r = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho g}} \quad \text{longueur capillaire}$$

Taille de l'objet l : $l \ll \lambda$: régime capillaire (cours qui précède)
 $\hookrightarrow \Delta P = \frac{2\gamma}{r}$ et P unif. dans la goutte et goutte sphérique

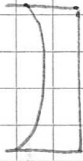
$l \gg \lambda$: déformation de la goutte par gravité.

ex: eau/air : $\lambda \approx 2,7 \text{ mm}$ (longueur d'écrantage)

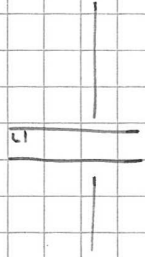
2) Ménisque



λ taille caractéristique de la surface libre



3) Montée capillaire - loi de Jurin



$I =$ paramètre d'imprégnation tube-vidé

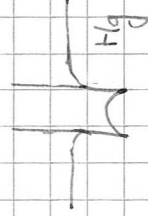


- $I = \gamma_{sv} - \gamma_{sl}$
- $I > 0$: le système abaisse son énergie si du liq monte ds le tube (si surf. sèche remplacée par mouille)
- $I < 0$: le liq. descend
- $I > 0 \rightarrow \cos(\theta_E) > 0 \quad (\theta_E < \pi/2)$
liq. plutôt mouillant
- $I < 0 \rightarrow \cos(\theta_E) < 0 \quad (\theta_E > \pi/2)$

Eau dans un capillaire en verre

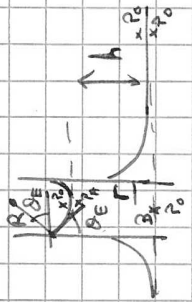


$$\theta_E < \pi/2$$



$$I = \gamma_{sv} - \gamma_{sl} = \gamma \quad \text{avec } \gamma = \gamma_{sv} - (\gamma_{sl} + \gamma)$$

Conditions d'imprégnation mais drashig 7 conditions de mouillage total



$$P_1 = P_0 + \rho g h$$

(hydro)

\Rightarrow sans de pression: $P_0 - P_A = \frac{\rho g}{R}$

$$\Rightarrow \left| h = \frac{\rho g \cos(\theta E)}{\rho g} \right|$$

avec $r = R \cos(\theta E)$

$$h = \frac{2 \Delta^2 \cos(\theta E)}{r}$$

Si: $r \rightarrow h \rightarrow$

— Mouillage, gravité —

Exercice 1 : Flaques

Considérez une flaque d'eau par terre.

a) Petite flaque

A quelle condition peut-on dire que la flaque est toute petite? Que peut-on alors négliger ?

Quelle est sa forme?

Quelle est sa hauteur ?

[Indication: faites un raisonnement géométrique.]

b) Grande flaque

A quelle condition peut-on dire que la flaque est grande? Que peut-on alors négliger ?

Quelle est sa forme?

Quelle est sa hauteur ?

[Indication: placez-vous en 2D : Considérez une section par un plan vertical et faites un raisonnement sur l'équilibre des forces.]

c) Ordres de grandeur

Si je reverse unseau d'eau par terre, quelle est l'épaisseur de la flaque, et quelle est sa surface ?

Exercice 2 : Ménisque

a) Forme du ménisque

Considérez le ménisque sur une plaque verticale.

Faites l'inventaire des forces qui s'équilibrent au sein du ménisque.

Calculez leur projection verticale: déterminez ce qui équilibre le poids de l'eau contenue dans le ménisque.

Discutez la différence entre le mouillage partiel et le mouillage total.

Calculez leur projection horizontale: déterminez la hauteur du ménisque.

b) Interaction

Soit deux plaques verticales qui trempent dans l'eau. Sur chacune il y a un ménisque.

Est-ce qu'elles s'attirent ou se repoussent ?

Donnez le signe de leur force (ou de leur énergie) d'interaction.

Regardez les bulles à la surface d'une tasse de café ou d'un verre de lait.

Est-ce qu'elles s'attirent ou se repoussent ?

Est-ce qu'elles s'approchent ou s'éloignent du bord de la tasse ?

Maillage gravité

Exercice 1 : Flaques

a) Petite flaque

Taille caract $l = V^{1/3}$ à comparer à $\lambda = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$ $\approx 2,7 \text{ mm}$

$l \ll \lambda$

Effets dominés par la capillarité

⇒ Forme sphérique (pas de gradient de ρ dans la goutte)



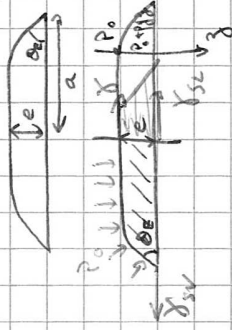
"Goutte"

$$V_{\text{réel}} = \frac{2}{3} \pi R^3 (1 - \sin^3(\theta_E)) (1 - \cos(\theta_E)) \leftarrow \text{à vérifier}$$

b) Grande flaque

$l \gg \lambda$

"craque"



$$-\gamma_{SV} + \gamma + \gamma_{SL} - \int_0^e \rho g z dz - \int_0^a \frac{\rho g z^2}{2} dz = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\rho g e^2}{2} = \gamma_{SL} - \gamma - \gamma_{SV}$$

avec $\gamma_{SL} - \gamma_{SV} = -\gamma \cos(\theta_E)$
(loi d'Young)

$$\Leftrightarrow e = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho g} \frac{(1 - \cos(\theta_E))}{1 - \cos^2(\theta_E)}}$$

$$e = 2 \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g} \left| \sin\left(\frac{\theta_E}{2}\right) \right|}$$

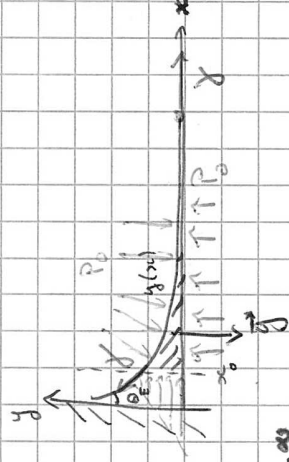
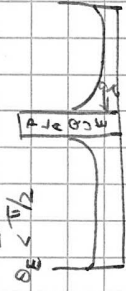
$\theta_E \ll 1 \rightarrow e \ll \lambda$ en $2d \theta_E \frac{nd\theta_E}{2}$

$V = GL$ $\rightarrow l = V^{1/3} \rightarrow d = 2,7 \text{ mm}$
second'eau

$\theta \approx 10^\circ \rightarrow e \approx 45 \mu\text{m}$ $S \approx \frac{V}{e} \approx \frac{6L}{45 \mu\text{m}} = 120 \text{ m}^2$
Surface caractéristique

Exercice 2 : Ménisque

a) Forme du ménisque



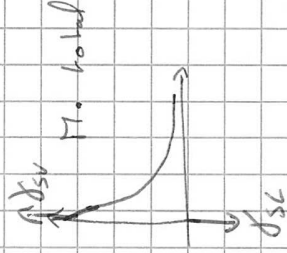
Projection verticale: $\gamma \cos(\theta_E) - \int_{x_0}^{\infty} \rho g y(x) dx = 0$

$x_0 \rightarrow 0$: * $\theta_E \rightarrow \theta_E^E$ mouillage parfait et $\gamma \cos(\theta_E) = \text{poids du lig}$ sauté / u de L

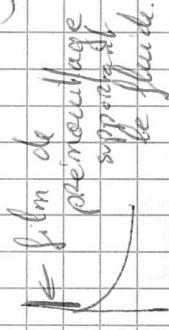
* $\theta_E = 0$ mouillage total

γ éq. le poids du ménisque

$$S = \gamma_{sv} - \gamma_{sl} - \gamma > 0$$



$$\frac{\text{force totale de tension}}{L} = \gamma_{sv} - \gamma_{sl} > \gamma$$



Proj. horizontale:

$$-\gamma \sin(\theta_E) + \gamma + \int_0^h -\rho g y dy = 0$$

$$\gamma(1 - \sin(\theta)) = \rho g \frac{h^2}{2}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{2(1 - \sin(\theta))} \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$$