

## Chapitre 2 : Géométrie plane - Transformations

1. Savoir reconnaître et construire les centres remarquables des triangles.
2. Utiliser les théorèmes de Pythagore, Thalès ainsi que leurs réciproques.
3. Savoir faire des calculs en valeur exacte et en valeur approchée.
4. Utiliser les angles pour démontrer un résultat.
5. Utiliser la trigonométrie pour calculer des longueurs ou des angles.
6. Connaître (ou savoir retrouver) les valeurs de cos, sin et tan pour les angles  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $60^\circ$ .
7. Savoir construire et savoir reconnaître l'image d'un point par les transformations usuelles.
8. Savoir utiliser les propriétés des isométries pour démontrer un résultat.

### Exercices tests

1. Soit ABC un triangle. Si H est l'orthocentre de ABC, A est-il l'orthocentre de HBC ?
2. Soit ABC un triangle tel que  $AB=7$ ,  $BC=5$  et  $AC=2\sqrt{6}$ . Le triangle ABC est-il rectangle en A ? en B ? en C ?
3. Exercice 66 p 73 du livre.
4. Soit M un point du cercle  $\mathcal{C}$  de diamètre [AB]. La bissectrice de l'angle  $\widehat{MAB}$  coupe le cercle  $\mathcal{C}$  en N (en plus du point A). On veut montrer que les droites (AM) et (ON) sont parallèles. Pour cela, montrer que le triangle OAN est isocèle en O. Conclure avec des considérations sur les angles.
5. Soit ABC un triangle rectangle en A. On donne  $AB=12$  et  $AC = 4\sqrt{3}$ . Donner la valeur exacte de l'angle  $\widehat{B}$ .  
Dans le triangle DEF rectangle en E, on a  $DF=11$  et  $EF=7$ . Donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de  $\widehat{F}$ .
6. Exercice 8 page 261 (sans justification).
7. Soient ABC un triangle rectangle en A,  $K \in [BC]$ . Soient T, S les images de K par la symétrie d'axe (AC) et (AB) respectivement. Déterminer les angles  $\widehat{CAT}$  et  $\widehat{BAS}$  en utilisant les symétries mentionnées. En déduire que les points T, A et S sont alignés.

### Solutions rapides

1. Puisque H est l'orthocentre du triangle ABC, il est sur les hauteurs issues de A, de B et de C. Donc, nous avons les relations  $(AH)\perp(BC)$ ,  $(AB)\perp(CH)$  et  $(AC)\perp(BH)$ , ce qui signifie que A est bien sur les trois hauteurs du triangle HBC, donc est son orthocentre.
2.  $AB^2 = 49$ ,  $BC^2 = 25$  et  $AC^2 = 24$ . Donc  $AB^2 = BC^2 + AC^2$ , et le triangle est rectangle en C (donc il ne l'est pas en A, ni en B).
3. Par le théorème de Thalès, on a  $\frac{OL}{OA} = \frac{OK}{OB}$  et donc  $OL=20 \times \frac{13}{15} = \frac{52}{3}$ .  
On a  $\frac{OA}{OD} = \frac{20}{28} = \frac{5}{7}$  et  $\frac{OB}{OC} = \frac{15}{13+8} = \frac{5}{7}$ . Donc, par la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
4. O est le centre de  $\mathcal{C}$  et A et N sont deux points de ce cercle, donc  $OA=ON$ =le rayon du cercle. Le triangle OAN est donc bien isocèle en O. Donc, on a égalité des angles  $\widehat{OAN}$  et  $\widehat{ONA}$  sont égaux. Mais la droite (AN) n'est autre que la bissectrice de l'angle  $\widehat{MAB}$ , et par conséquent,  $\widehat{NAM} = \widehat{NAO} = \widehat{ANO}$ . Les angles alternes-internes pour les droites (AM) et (BN) intersectées par la droite (AN) sont donc égaux, et donc (AM) et (ON) sont parallèles.
5. On a  $\tan(\widehat{B}) = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{4\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ . Donc  $\widehat{B} = 60^\circ$ .  
On trouve  $\cos(\widehat{F}) = \frac{EF}{DF} = \frac{7}{11}$ . Avec l'aide de la calculatrice, on en déduit  $\widehat{F} \simeq 50,48^\circ$ .
6. cf. correction donnée en classe.
7. La symétrie conserve les angles, donc  $\widehat{CAT} = \widehat{CAK}$  et  $\widehat{BAS} = \widehat{BAK}$ . Or,  $\widehat{BAK} + \widehat{KAC} = \widehat{A} = 90^\circ$  car ABC est rectangle en A. Donc  $\widehat{TAS} = \widehat{TAC} + \widehat{CAK} + \widehat{KAB} + \widehat{BAS} = 2\widehat{A} = 180^\circ$ , donc l'angle est plat : les points T, A et S sont donc alignés.