

## MVA 2015-16 “Compressed Sensing” – TP5 – Lilian Besson

Veillez trouver en pièce jointe mon code pour le TP5<sup>1</sup> du cours “Compressed Sensing”.

---

### Remarques et résultats

— J’ai l’impression que les valeurs initiales proposées pour les deux paramètres  $\mu$  et  $\gamma$  ( $= 1$ ) suffisent, comme on observe une convergence rapide et des résultats satisfaisants.

---

### Illustrations et résultats pour chaque exercice

Les exemples<sup>2</sup> ci-dessous montrent les résultats obtenus pour les exercices 1, 2 et 3.

#### Exercice 1

Décroissance de la norme  $\ell^1$  de  $x$  au cours des 500 étapes de l’algorithme de Douglas-Rachford :

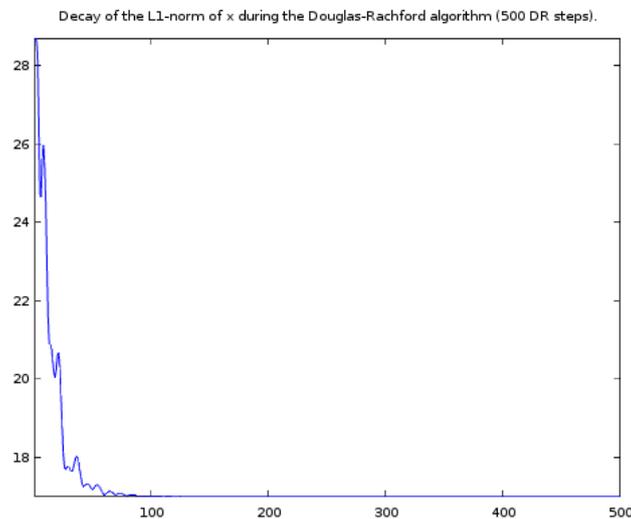


Figure 1 – (Ex1) Decay of the  $\ell^1$ -norm.

On voit que la décroissance est très rapide, et en échelle logarithmique, on observe une décroissance linéaire (donc exponentielle en échelle naturelle) :

1. [http://www.numerical-tours.com/matlab/optim\\_4b\\_dr/](http://www.numerical-tours.com/matlab/optim_4b_dr/).
2. Les autres graphiques sont tous dans le dossier `fig` fournit dans le fichier `zip` envoyé avec ce TP5, notamment pour l’exercice 2.

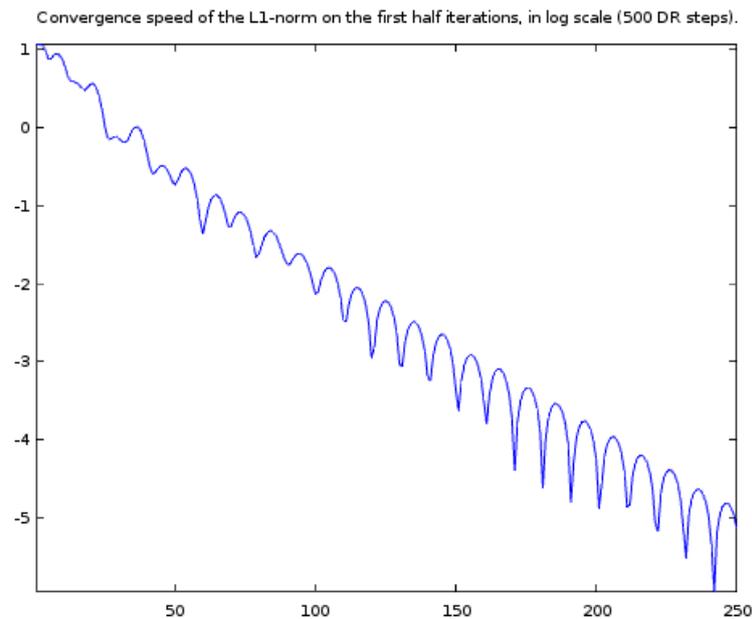


Figure 2 – (Ex1) Almost linear decay of the  $\ell^1$ -norm, in log scale.

Par contre, en affichant l'évolution de l'erreur quadratique, on observe que dès le début, le signal est reconstruit presque à la perfection :

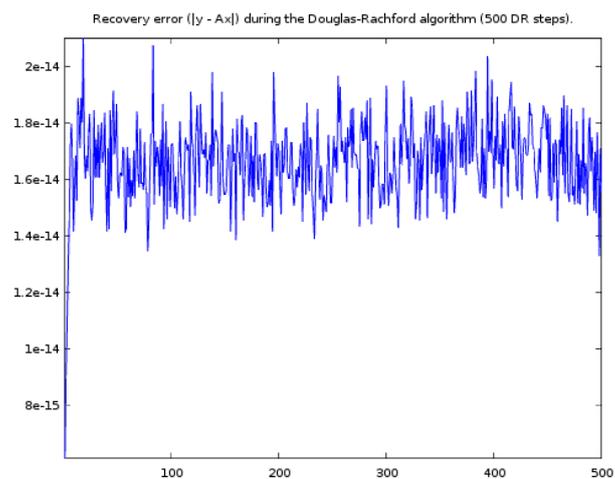


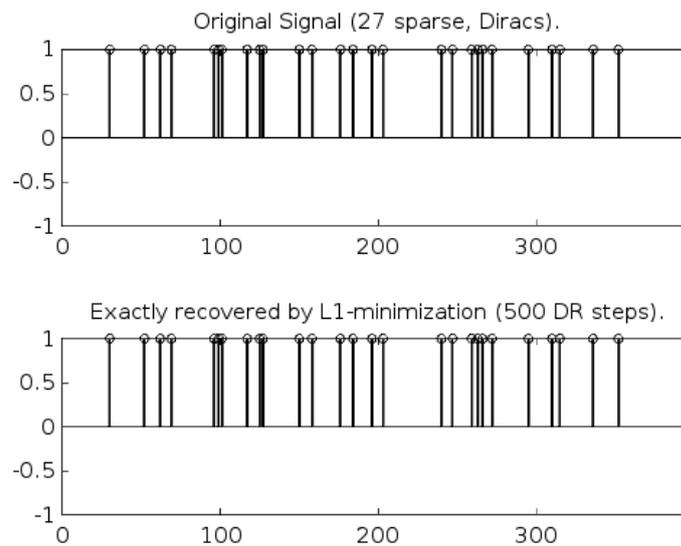
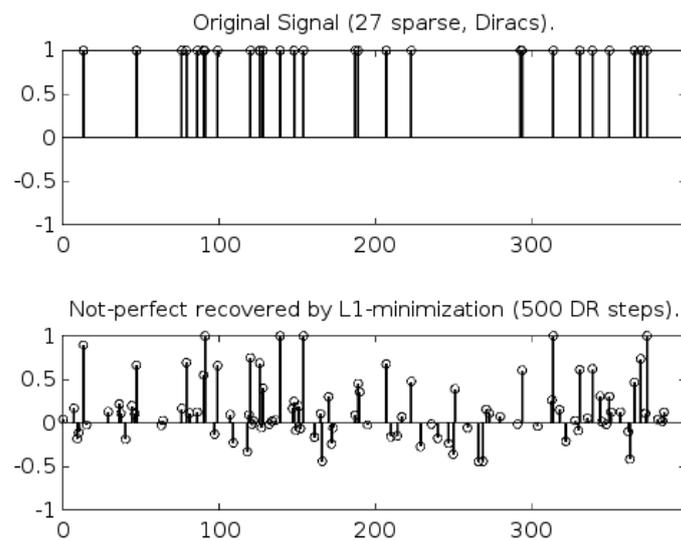
Figure 3 – (Ex1) The  $\ell^2$ -norm ( $\|y - Ax_k\|_2$ ) is almost 0.

## Exercice 2

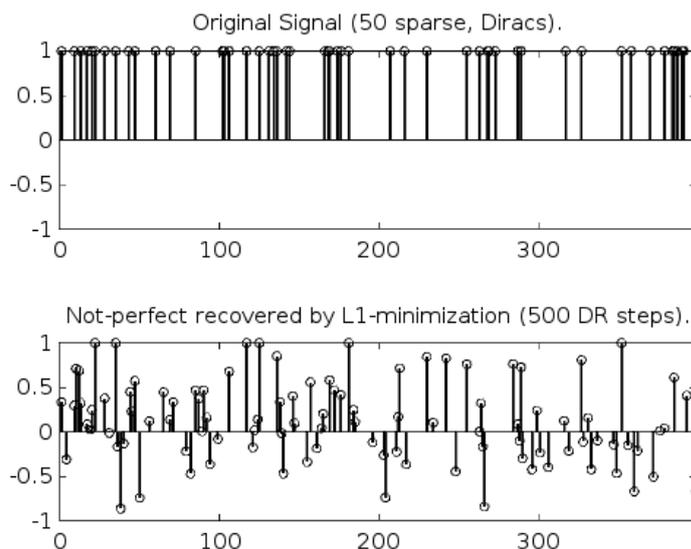
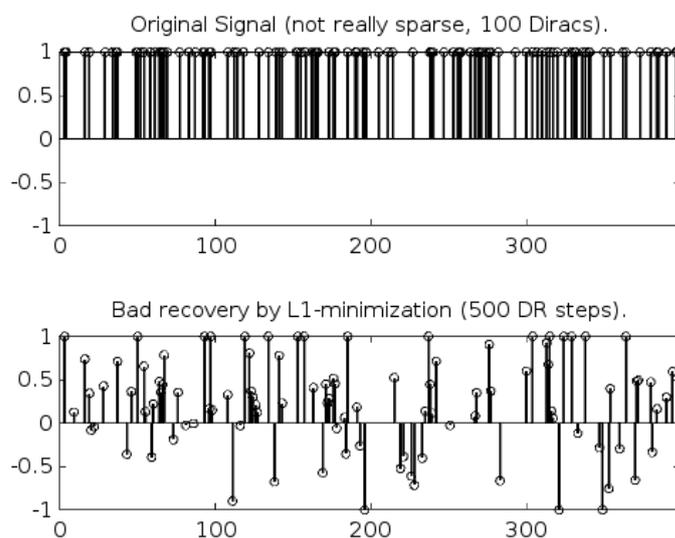
Les trois exemples ci-dessous montrent qu'on peut avoir trois cas, selon la valeur de  $s$  ("indice de parcimonie", *sparsity* en anglais).

- Parfait complétion/débruitage (si  $s$  assez petit),
- Presque-parfait complétion/débruitage (si  $s$  ni trop petit ni trop grand),
- Complétion/débruitage complètement raté (si  $s$  trop grand).

Avec  $s = 27$  par exemple, en essayant plusieurs fois, on trouve les deux premiers cas :

Figure 4 – (Ex2) Parfaite complétion / parfait débruitage ( $s = 27$ ).Figure 5 – (Ex2) Imparfaite complétion / parfait débruitage ( $s = 27$ ).

Par contre dès que  $s$  devient trop grand, ça va échouer tout le temps :

Figure 6 – (Ex2) Mauvaise complétion / débruitage ( $s = 50$ ).Figure 7 – (Ex2) Très mauvaise complétion / débruitage ( $s = 100$ ).

### Exercice 3

On veut confirmer ce qui a été observé ci-dessus pour  $s = 27$  : “des fois ça marche, des fois ça marche pas”.

Pour cela, on utilise une méthode d'évaluation de Monte-Carlo, et la procédure est assez classique. Voir le code pour le détail. On considère 1000 signaux, pour chacun on fera 2000 étapes de Douglas-Rachford.

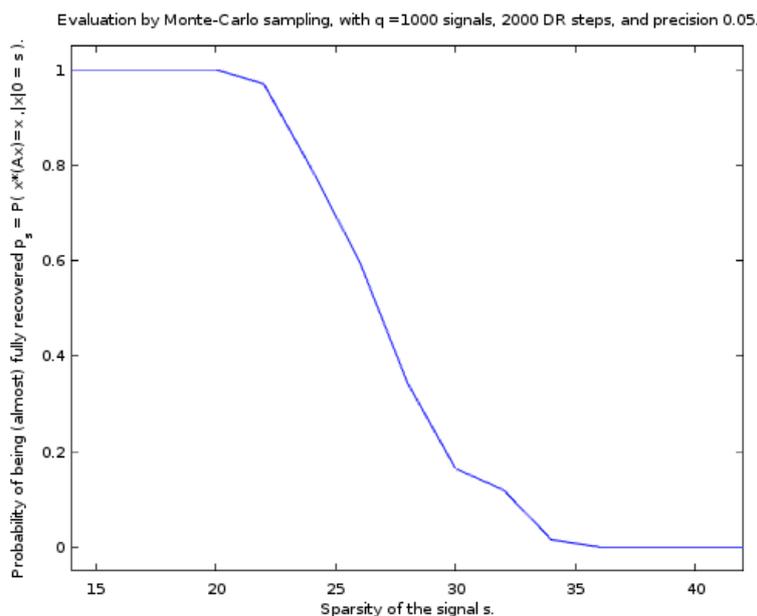
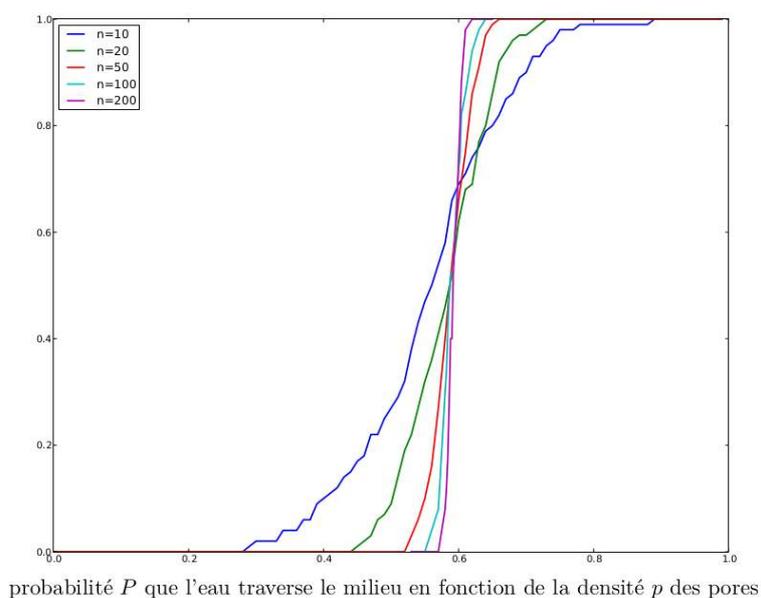


Figure 8 – (Ex3) Évaluation de la probabilité d'une bonne complétion/débruitage en fonction de  $s$  (précision  $\varepsilon = 0.05$ ).

**Remarque :** Cela est très similaire à des expériences numériques que j'ai fait faire à mes élèves de MP dans un TP Python, à propos de l'étude du phénomène de percolation. Voir ici <http://perso.crans.org/besson/infoMP/TPs/solutions/TP3.html> pour plus de détails.



Je reste bien sûr à votre disposition si besoin.