

## Exercices supplémentaires

### Question 1

Développer les expressions suivantes

- a)  $(x + 1)(x^2 + 1) - x^3(x - 2) - x$
- b)  $(x^2 - 1)(x - 2) - x^3(2x - 1)(x + 7)$

### Question 2

Factoriser les expressions suivantes

- a)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
- b)  $x^3 + 5x^2 + 7x + 3$
- c)  $x^4 - 13x^2 + 36$  (on pourra poser  $X = x^2$  dans un premier temps)

### Question 3

Calculer les primitives des expressions suivantes

- a)  $\frac{x}{\cos^2(x)}$
- b)  $\frac{2x^4 + 11x^3 + 19x^2 + 10x + 2}{x^3 + 3x^2 + 2x}$

### Question 4

Calculer les limites suivantes

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2}$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2x^3 + 3) - \ln(x) - \ln(x^2 + 1)$

## Correction

### Question 1

- a)  $-x^4 + 3x^3 + x^2 + 1$   
b)  $-2x^5 - 13x^4 + 8x^3 - 2x^2 - x + 2$

### Question 2

- a)  $(x-1)(x+2)(x-3)$   
b)  $(x+1)^2(x+3)$   
c)  $(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$

### Question 3

- a) Faire une intégration par parties pour faire "disparaître" le  $x$  et utiliser  $(\tan)'(x) = 1/\cos^2(x)$

Solution :

$$\int \frac{x}{\cos^2(x)} dx = x \tan(x) + \ln(\cos(x)) + C$$

.

- b) Faire la division, on obtient

$$\frac{2x^4 + 11x^3 + 19x^2 + 10x + 2}{x^3 + 3x^2 + 2x} = 2x + 5 + \frac{2}{x^3 + 3x^2 + 2x}.$$

Puis

$$\frac{2}{x^3 + 3x^2 + 2x} = \frac{2}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+2}$$

Solution :

$$\int \frac{2x^4 + 11x^3 + 19x^2 + 10x + 2}{x^3 + 3x^2 + 2x} dx = x^2 + 5x + \ln|x| - 2\ln|x+1| + \ln|x+2| + C$$

.

### Question 4

- a) On peut appliquer la règle de l'Hôpital, car  $\ln(\cos(0)) = 0$  et  $0^2 = 0$ , donc

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-\sin(x)}{\cos(x)}}{2x} = -\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}.$$

On peut appliquer de nouveau la règle de l'Hôpital et

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2} = -\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)}{1} = -\frac{1}{2}.$$

- b) Comme

$$\ln(2x^3 + 3) - \ln(x) - \ln(x^2 + 1) = \ln\left(\frac{2x^3 + 3}{x(x^2 + 1)}\right),$$

et

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3}{x(x^2 + 1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + 3x^{-3}}{(1 + x^{-2})} = 2,$$

on en déduit par continuité de la fonction  $\ln$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2x^3 + 3) - \ln(x) - \ln(x^2 + 1) = \ln(2).$$