

DGD11, Mardi le 30 mars 2009

1. Trouver les dérivées partielles de f par rapport à x et y et l'approximation linéaire de f au point $(x,y) = (0, 0)$ des fonctions à deux variables suivantes:

a) $f(x,y) = \frac{\sin(xy)}{x^2+1}$

b) $g(x,y) = e^{xy^2}(1 + x^2 + y^2)$

2. Soit la fonction de $F(x,y) = (x^2 - \cos(xy) + y, xe^{xy})$

a) Calculer la matrice Jacobienne en (x,y) .

b) Calculer les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice Jacobienne au point $(x,y) = (0,0)$.

3. Soit $G(x,y) = (\cos(xy), y \sin(x^2))$

a) Calculer la matrice Jacobienne en (x,y) .

b) Calculer les valeurs propres de la Jacobienne au point $(x,y) = (\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \sqrt{\frac{\pi}{2}})$.

4. Soit $F(x,y) = (20 - 5xy - 5x, 5xy - 10y)$

a) Calculer la matrice Jacobienne de F en (x,y) .

b) Déterminer les points (x,y) tel que $F(x,y) = (0,0)$ (On utilise les deux équations pour exprimer simplement x en fonction de y pour obtenir une équation seulement en y , on résoud cette équation et on vérifie que les solutions trouvées vérifient bien $F(x,y) = (0,0)$).

c) Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de la Jacobienne aux points $(2,1)$ et $(4,0)$.