

# Maple TD5

## 1 Correction des exercices précédents

### 1.1 Suites

```
dessin1:=proc(f,u0,n)
l:=[0,u0];
ui:=u0;
for i from 1 to n do
ui:=f(ui); l:=[i,ui],l;
od;
plot([l]); end;
```

```
dessin2:=proc(f,u0,n)
l:=[u0,f(u0)], [u0,u0];
ui:=u0;
for i from 1 to n do
l:=[ui,f(ui)], [ui,ui],l;
ui:=f(ui);
od;
lp:=plot([l]);
l2:=plot({[l],f(x),x},x=-5..5,y=-10..10);
end;
```

## 2 Exercices

### 2.1 Calculette

Pas de crayons, tout avec Maple :

1. Calculer la somme des entiers de 1 à  $n$  avec **sum**.
2. Factoriser le résultat avec **factor**
3. Calculer  $\sum_{n>0} \frac{1}{n^2}$ .
4. Calculer la dérivée de la fonction  $x \rightarrow \frac{3x^2}{\sin x}$  à l'aide des opérateurs **D** et **diff**. Quelle est la différence ?
5. Calculer la dérivée cinquième de  $x \rightarrow \sin^5 x$  puis linéariser le résultat obtenu à l'aide de **combine**. Même chose en commençant par linéariser.
6. Calculer la primitive de  $x \rightarrow \frac{x}{x^2+x+1}$  avec **int**.
7. Calculer la limite en  $0+$  de  $x^{\sqrt{x}} - \sqrt{x}^x$  avec **limit**.
8. Faire le développement limité de  $\cos$  à l'ordre 7 en 0. Utiliser la fonction **series**. Le convertir en polynôme à l'aide de **convert**.
9. Résoudre  $ax^2 + bx + c = 0$  avec **solve**.
10. Résoudre le système  $ax + 3y = 2$  et  $x^2 + y = 1$ . Utiliser **solve** et **allvalues**
11. Factoriser  $x^6 + 1$ . Utiliser **factor**.
12. Développer  $(x + 1)^6$ . Utiliser **expand**.
13. Calculer le pgcd et le ppcm de  $2x^3 - 2$  et  $x^2 - 1$ . Utiliser **gcd** et **lcm**
14. Décomposer  $\frac{x^2+2x-3}{x^4-1}$  en éléments simples. Utiliser **convert** avec l'option **parfrac**.

## 2.2 Etudes des branches infinies

Pour trouver l'asymptote d'une fonction  $f$ , on peut commencer par tracer son graphe pour avoir une idée du comportement à l'infini. On considère ensuite la limite  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$  :

1. Si cette limite n'existe pas dans  $\overline{\mathbb{R}}$ , on ne peut rien dire.
2. Si elle existe, notons la  $a$ . Si  $a = \mp\infty$ , la courbe représentative de  $f$  admet une branche parabolique de direction l'axe  $(Oy)$ . Sinon on étudie  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax$  :
  - (a) Si cette limite existe et est finie, notons la  $b$ . Alors la droite d'équation  $y = ax + b$  est asymptote à la courbe représentative de  $f$  au voisinage de l'infini.
  - (b) Sinon, on a une direction asymptotique : la courbe représentative de  $f$  admet une branche parabolique de direction  $y = ax$  en l'infini

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer leurs branches infinies et tracez-les sur le même graphe :

1.  $x \rightarrow \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 + 4}$
2.  $x \rightarrow x^{\frac{1}{x}}$
3.  $\frac{x}{2} + \ln(x)$

## 2.3 Trajectoires

Soit un boulet de canon de masse  $m$  tiré avec une vitesse initial  $v = (vx, vy)$ .

1. Considérons qu'il n'y a pas de frottements, écrire les équations différentielles régissant la vitesse.
2. Les résoudre avec Maple. (utilisez dsolve)
3. Tracer  $v_y(t)$ .
4. Ecrire les équations différentielles régissant la position du boulet.
5. Les résoudre avec Maple.
6. Tracer la trajectoire.
7. On suppose maintenant que le vent ajoute une force  $F_{vent}$  dans tout l'espace. Reprendre les questions précédentes en en tenant compte.
8. Ecrire une procédure ayant comme paramètres  $m$ ,  $vx$ ,  $vy$  et  $F_{vent}$  et affichant la trajectoire du boulet. Jouez avec les différents paramètres.
9. Idem en rajoutant une force de frottement  $F_v$  de valeur une fonction  $f$  de la vitesse.

## 2.4 Pendule

On va maintenant utiliser l'option de dsolve type=numeric. L'équation régissant un pendule peut parfois s'écrire :  $y''(t) = -\sin(y(t))$ .

1. Essayer de la résoudre avec Maple.
2. Essayer avec l'option type=numeric. Sous quelle forme est donnée la solution ? Si Sol est le résultat, que vaut  $S(1)$  ?
3. Tracer la courbe  $y(t)$  avec odeplot.
4. Tracer la courbe  $y(t)$  sans utiliser odeplot (vous aurez besoin de subs et plot).
5. Trouver la période avec fsolve.

## 2.5 Quelques liens...

1. <http://perso.crans.org/aynaud> pour récupérer les tds.
2. <http://lumimath.univ-mrs.fr/jlm/cours/maple/> un cours
3. Maple V Release 4 : introduction raisonnée à l'usage de l'étudiant, de l'ingénieur et du chercheur, par Jack M. Cornil, Philippe Testud aux éditions illustrated publié par Springer, 1997. ISBN 3540631860, 9783540631866. Disponible en partie sur [books.google.com](http://books.google.com) gratuitement.
4. <http://www.iut-arles.up.univ-mrs.fr/damour/a-la-decouverte-de-maple/> pour un livre sur maple et quelques liens intéressants (payant en revanche)

## 3 Correction du TD 5

### 3.1 Calculette

```
sum(i,i=1..n);

factor(%);

sum(1/n^2,n=1..infinity);

s:=x->sin(x)^5;
d5 := diff(s(x), x$5);
combine(d5);
l := combine(s(x));
diff(l, x$5);

int(x/(x^2+x+1),x);

limit(x^sqrt(x)-sqrt(x)^x,x=0,right);

series(cos(x),x=0,7); convert(%,polynom);

solve(a*x^2+b*x+c=0,x);

solve({a*x+3*y=2,x^2+y=1},{x,y}); allvalues(%);

factor(x^6+1);

expand((x+1)^6);

gcd(2*x^3-2,x^2-1); lcm(2*x^3-2,x^2-1);

convert((x^2+2*x-3)/(x^4-1),parfrac,x);
```

### 3.2 Etudes des branches infinies

```
f:=x->sqrt(x^2+1)-sqrt(2*x^2+4);
a:=limit(f(x)/x, x=infinity);
b:=limit(f(x)-a*x, x=infinity);
plot([f(x), a*x+b], x=0..10);

f:=x->x^(1/x);
a:=limit(f(x)/x, x=infinity);
```

```
b:=limit(f(x)-a*x, x=infinity);
plot([f(x), a*x+b], x=0..50);
```

```
f:=x->x/2+ln(x);
a:=limit(f(x)/x, x=infinity);
b:=limit(f(x)-a*x, x=infinity);
plot([f(x), a*x], x=0..20);
```

### 3.3 Trajectoires

Avec  $f$  la force de frottements,  $(F_x, F_y)$  la force du vent en  $x$  et  $y$  :

```
reset();with(plots) ;
```

```
g:=-9.8;vy0:=1;vx0:=10;f:=u->-0.1*u^2;Fx:=1;Fy:=1;
```

```
Eqvy:=dsolve({ Diff(Vy,t) = g+f(Vy(t))+Fy,Vy(0)=vy0} , Vy(t));
Eqvx:=dsolve({Diff(Vx,t)=Fx,Vx(0)=vx0},Vx(t));
```

```
vy:=subs(Eqvy,Vy(t));vx:=subs(Eqvx,Vx(t));
```

```
Eqy:=dsolve({Diff(Y,t) = vy, Y(0) = 0}, {Y(t)} );Eqx:=dsolve({Diff(X,t) = vx, X(0) = 0}, {X(t)} );
y:=subs(Eqy,Y(t));x:=subs(Eqx,X(t));
plot([x,y,t=0..1]);
```

### 3.4 Pendule

```
reset;
```

```
Sol:=dsolve({diff(y(x),x,x)=-sin(y(x)),D(y)(0)=0.5,y(0)=0},y(x),type=numeric);
```

```
Sol(1);
```

```
with(plots);odeplot(Sol,[x,y(x)],1..10 );
```

```
Y:=t->subs(Sol(t),y(x));
```

```
plot(Y,0..14);
```

```
fsolve('Y(t)',t=6..7);
```